

Zestaw 8

Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

©Mariusz Tarnopolski 2026

1. Wykorzystując nierówność Czebyszewa, podać ograniczenie na

$$P(|\bar{X}_n - m| \geq \varepsilon)$$

2. Udowodnić, dla nieujemnej ciągłej zmiennej losowej X , nierówność Markowa:

$$P(X \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{a}$$

gdzie $a > 0$. Wyprowadzić z niej nierówność Czebyszewa.

3. Odczytać z załączonej tablicy statystycznej standardowego rozkładu normalnego następujące wielkości:

(a) $u_{0.99}$

(b) $u_{0.975}$

(c) $u_{0.96}$

(d) $u_{0.8}$

(e) wartość z dla której $P(Z > z) = 0.025$

(f) wartość z dla której $P(Z < z) = 0.9$

(g) wartość z dla której $P(|Z| < z) = 0.9$

4. Niech X_1, X_2, \dots, X_{100} będą iid zmiennymi losowymi o $\mathbb{E}(X_i) = 50$ i $V(X_i) = 25$. Obliczyć przybliżoną wartość $P(49 \leq \bar{X}_{100} \leq 51)$ korzystając z CLT.

5. Fabryka produkuje wkręty do drewna o długościach, które są iid zmiennymi losowymi o średniej 5 cm i odchyleniu standardowym 0.2 cm. Oszacować prawdopodobieństwo, że średnia długość wkrętów ze zbioru 200 losowych wkrętów jest mniejsza niż 4.98 cm.

Tablica 5. Wartości $\Phi(u)$ dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0, 1)$

| u | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | ,5398 | ,5438 | ,5478 | ,5517 | ,5557 | ,5596 | ,5636 | ,5675 | ,5714 | ,5753 |
| 0,2 | ,5793 | ,5832 | ,5871 | ,5910 | ,5948 | ,5987 | ,6026 | ,6064 | ,6103 | ,6141 |
| 0,3 | ,6179 | ,6217 | ,6255 | ,6293 | ,6331 | ,6368 | ,6406 | ,6443 | ,6480 | ,6517 |
| 0,4 | ,6554 | ,6591 | ,6628 | ,6664 | ,6700 | ,6736 | ,6772 | ,6808 | ,6844 | ,6879 |
| 0,5 | ,6915 | ,6950 | ,6985 | ,7019 | ,7054 | ,7088 | ,7123 | ,7157 | ,7190 | 7224 |
| 0,6 | ,7257 | ,7290 | ,7324 | ,7357 | ,7389 | ,7422 | ,7454 | ,7486 | ,7517 | ,7549 |
| 0,7 | ,7580 | ,7611 | ,7642 | ,7673 | ,7704 | ,7734 | ,7764 | ,7794 | ,7823 | ,7852 |
| 0,8 | ,7881 | ,7910 | ,7939 | ,7967 | ,7995 | ,8023 | ,8051 | ,8078 | ,8106 | ,8133 |
| 0,9 | ,8159 | ,8186 | ,8212 | ,8238 | ,8264 | ,8289 | ,8340 | ,8340 | ,8365 | ,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | ,8643 | ,8665 | ,8686 | ,8708 | ,8729 | ,8749 | ,8770 | ,8790 | ,8810 | ,8830 |
| 1,2 | ,8849 | ,8869 | ,8888 | ,8907 | ,8925 | ,8944 | ,8962 | ,8980 | ,8997 | ,9015 |
| 1,3 | ,9032 | ,9049 | ,9066 | ,9082 | ,9099 | ,9115 | ,9131 | ,9147 | ,9162 | ,9177 |
| 1,4 | ,9192 | ,9207 | ,9222 | ,9236 | ,9251 | ,9265 | ,9279 | ,9292 | ,9306 | ,9319 |
| 1,5 | ,9332 | ,9345 | ,9357 | ,9370 | ,9382 | ,9394 | ,9406 | ,9418 | ,9429 | ,9441 |
| 1,6 | ,9452 | ,9463 | ,9474 | ,9484 | ,9495 | ,9505 | ,9515 | ,9525 | ,9535 | ,9545 |
| 1,7 | ,9554 | ,9564 | ,9573 | ,9582 | ,9591 | ,9599 | ,9608 | ,9616 | ,9625 | ,9633 |
| 1,8 | ,9641 | ,9649 | ,9656 | ,9664 | ,9671 | ,9678 | ,9686 | ,9693 | ,9699 | ,9706 |
| 1,9 | ,9713 | ,9719 | ,9726 | ,9732 | ,9738 | ,9744 | ,9750 | ,9756 | ,9761 | ,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9779 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | ,9821 | ,9826 | ,9830 | ,9834 | ,9838 | ,9842 | ,9846 | ,9850 | ,9854 | ,9857 |
| 2,2 | ,9861 | ,9864 | ,9868 | ,9871 | ,9875 | ,9878 | ,9881 | ,9884 | ,9887 | ,9890 |
| 2,3 | ,9893 | ,9896 | ,9898 | ,9901 | ,9904 | ,9906 | ,9909 | ,9911 | ,9913 | ,9916 |
| 2,4 | ,9918 | ,9920 | ,9922 | ,9925 | ,9927 | ,9929 | ,9931 | ,9932 | ,9934 | ,9936 |
| 2,5 | ,9938 | ,9940 | ,9941 | ,9943 | ,9945 | ,9946 | ,9948 | ,9949 | ,9951 | ,9952 |
| 2,6 | ,9953 | ,9955 | ,9956 | ,9957 | ,9959 | ,9960 | ,9961 | ,9962 | ,9963 | ,9964 |
| 2,7 | ,9965 | ,9966 | ,9967 | ,9968 | ,9969 | ,9970 | ,9971 | ,9972 | ,9973 | ,9974 |
| 2,8 | ,9974 | ,9975 | ,9976 | ,9977 | ,9977 | ,9978 | ,9979 | ,9979 | ,9980 | ,9981 |
| 2,9 | ,9981 | ,9982 | ,9982 | ,9983 | ,9984 | ,9984 | ,9985 | ,9985 | ,9986 | ,9986 |