

Zestaw 5

Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

©Mariusz Tarnopolski 2026

1. Niech dyskretna zmienna losowa ma funkcję prawdopodobieństwa postaci

$$p_k = P(K = k) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1},$$

gdzie $k \in \mathbb{N}_+$. Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej U takiej, że:

- (a) $U = \cos(K\pi)$,
 - (b) $U = \cos(K\pi/2)$,
 - (c) $U = \cos^2(K\pi/2)$,
 - (d) $U = \sin(K\pi/2) + \cos(K\pi/2)$.
2. Niech $X \sim \mathcal{U}(-2, 2)$. Znaleźć rozkład zmiennej $Y = X^2$.
3. Niech zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy, tj. $f_X(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ dla $x > 0$. Znaleźć rozkład zmiennej $Y = X^{-1}$.
4. Niech ciągła zmienna losowa X ma gęstość prawdopodobieństwa postaci

$$f(x) = 12x(1-x)^2 \cdot \mathbb{1}_{x \in (0,1)}$$

Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Y = e^X$.

- *5. Niech będzie zmienna losowa $X \sim \mathcal{U}(0, 3)$. Znaleźć rozkład zmiennej losowej $Y = \min(X, X^2)$. Narysować jego wykres.