

Zestaw 11/12

Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

©Mariusz Tarnopolski 2026

1. Dzielne zużycie wody w fabryce podlega wahaniom losowym. Na podstawie pomiarów w ciągu $n = 315$ dni obliczono średnie zużycie jako $\bar{x} = 1029 \text{ m}^3$, przy wariancji $S^2 = 191 \text{ m}^6$.

Zweryfikować hipotezę H_0 , że średnie zużycie wynosi $x_0 = 1000 \text{ m}^3$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1 : x_0 > 1000 \text{ m}^3$ na poziomie istotności $\alpha = 0.01$.

2. Na częstotliwości radiowej 1.4 GHz zmierzono strumień promieniowania dla 10 galaktyk spiralnych. Dla każdej z nich wyznaczono również strumień promieniowania termicznego, który wyniósł odpowiednio (9, 12, 11, 10, 11, 9, 11, 12, 9, 10)% całkowitego strumienia.

Czy na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ można uznać za słuszną hipotezę H_0 , że wartość przeciętna promieniowania termicznego wynosi $x_0 = 10\%$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1 : x_0 > 10\%$?

3. Wg przyjętej normy, okres użytkowania ubrań ochronnych wynosi 150 dni. Zbadano, na podstawie próby losowej 65 pracowników, faktyczny okres użytkowania odzieży ochronnej. Otrzymano średnią wynoszącą 139 dni przy odchyleniu standardowym wynoszącym 9.8 dni.

Zakładając, że rozkład czasu użytkowania jest normalny, stwierdzić na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ czy uzyskane wyniki stanowią podstawę do zmniejszenia aktualnej normy.

4. Fabryka produkuje pewien towar, dla którego badana cecha $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Na poziomie istotności $\alpha = 0.01$ zweryfikować hipotezę $H_0 : \sigma^2 = 3$ wobec $H_1 : \sigma^2 > 3$ wiedząc, że badając 100-elementową próbkę tego towaru otrzymano $S^2 = 3.17$.

5. Do tarczy oddano 50 strzałów. Wariancja odległości trafień od środka tarczy wyniosła $S^2 = 107.3 \text{ cm}^2$. Zakładając normalny rozkład odległości, zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ hipotezę $H_0 : \sigma^2 = 100 \text{ cm}^2$ wobec $H_1 : \sigma^2 > 100 \text{ cm}^2$.

6. Z populacji pobrano losowo 450-elementową próbkę, z której obliczono $S^2 = 14.9$. Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zweryfikować hipotezę $H_0 : \sigma^2 = 16$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1 : \sigma^2 < 16$.

7. W celu oszacowania dokładności pomiarów pewnym przyrządem wykonano $n = 8$ pomiarów otrzymując {18.17, 18.21, 18.05, 18.14, 18.19, 18.22, 18.06, 18.08}. Zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ hipotezę $H_0 : \sigma^2 = 0.06$ wobec $H_1 : \sigma^2 < 0.06$.

T a b l i c a 5. Wartości $\Phi(u)$ dystrybuanty rozkładu normalnego $N(0, 1)$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	7224
0,6	,7257	,7290	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8340	,8340	,8365	,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986

T a b l i c a 6. Kwantyle $u(p)$ rzędu p rozkładu normalnego $N(0, 1)$

p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
$u(p)$	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58

T a b l i c a 7. Kwantyle $t(p, v)$ rzędu p rozkładu Studenta
o v stopniach swobody

v	p				
	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	,638	,353	3,182	4,541	5,841
4	,533	,132	2,776	3,747	4,604
5	,476	,015	,571	,365	,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	,415	,895	,365	2,998	,499
8	,397	,859	,306	,897	,355
9	,383	,833	,262	,821	,250
10	,372	,812	,228	,764	,169
11	1,363	1,795	2,201	2,718	3,106
12	,356	,782	,179	,681	,054
13	,350	,771	,160	,650	,012
14	,345	,761	,145	,624	2,977
15	,341	,753	,131	,602	,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	,333	,740	,110	,567	,898
18	,330	,734	,101	,552	,878
19	,328	,729	,093	,539	,861
20	,325	,725	,086	,528	,845
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	,321	,717	,074	,508	,819
23	,319	,714	,069	,500	,807
24	,318	,711	,064	,492	,797
25	,316	,708	,060	,485	,787
26	1,315	1,706	2,055	2,479	2,779
27	,314	,703	,052	,473	,771
28	,312	,701	,048	,467	,763
29	,311	,699	,045	,462	,756
30	,310	,697	,042	,457	,750
31	1,309	1,695	2,039	2,453	2,744
32	,309	,694	,037	,449	,738
33	,308	,692	,034	,445	,733
34	,307	,691	,032	,441	,728
35	,306	,690	,030	,438	,724

Tablica 7 (cd.)

ν	P				
	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
36	1,305	1,688	2,028	2,434	2,720
37	,305	,687	,025	,431	,715
38	,304	,686	,024	,429	,712
39	,304	,685	,023	,425	,708
40	,303	,684	,021	,423	,704
41	1,303	1,683	2,019	2,421	2,701
42	,302	,682	,018	,418	,698
43	,302	,681	,017	,416	,695
44	,301	,680	,015	,414	,692
45	,301	,679	,014	,412	,690
46	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687
47	,300	,678	,012	,408	,685
48	,299	,677	,011	,407	,682
49	,299	,677	,010	,405	,680
50	,299	,676	,009	,403	,678
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668
60	,295	,671	,000	,390	,660
65	,295	,669	1,997	,385	,654
70	,294	,667	,994	,381	,648
75	,293	,665	,992	,377	,643
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
90	,291	,662	,987	,369	,632
100	,290	,660	,984	,364	,626
120	,289	,658	,980	,358	,617
150	,287	,655	,976	,351	,609
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601
300	,284	,650	,968	,339	,592
500	,283	,648	,965	,334	,586
1000	,282	,646	,962	,330	,581
∞	,282	,645	,960	,326	,576

Tablica 8. Kwantyle χ^2 (p , ν) rzędu p rozkładu χ^2 o ν stopniach swobody

ν	p							
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99	0,995
1	—	—	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	11,071	12,833	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,299
13	3,565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,336	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,559
25	10,520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,194	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,257	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,954	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672

Tablica 8 (cd.)

v	p							
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99	0,995
31	14,458	15,655	17,539	19,281	44,985	48,232	52,191	55,003
32	15,134	16,362	18,291	20,072	46,194	49,480	43,486	56,328
33	15,815	17,074	19,047	20,867	47,400	50,725	54,776	57,648
34	16,501	17,789	19,806	21,664	48,602	51,966	56,061	58,964
35	17,192	18,509	20,569	22,465	49,802	53,203	57,342	60,275
36	17,887	19,233	21,336	23,269	50,998	54,437	58,619	61,581
37	18,586	19,960	22,106	24,075	52,192	55,668	59,892	62,883
38	19,289	20,691	22,878	24,884	53,384	56,896	61,162	64,181
39	19,996	21,426	23,654	25,695	54,572	58,120	62,428	65,476
40	20,707	22,164	24,433	26,509	55,758	59,342	63,691	66,766
41	21,421	22,906	25,215	27,326	56,942	60,561	64,950	68,053
42	22,138	23,650	25,999	28,144	58,124	61,777	66,206	69,336
43	22,859	24,398	26,785	28,965	59,304	62,990	67,459	70,616
44	23,584	25,148	27,575	29,787	60,481	64,201	68,710	71,893
45	24,311	25,901	28,366	30,612	61,656	65,410	69,957	73,166
46	25,041	26,657	29,160	31,439	62,830	66,617	71,201	74,437
47	25,775	27,416	29,956	32,268	64,001	67,821	72,443	75,704
48	26,511	28,177	30,755	33,098	65,171	69,023	73,683	76,969
49	27,249	28,941	31,555	33,930	66,339	70,222	74,919	78,231
50	27,991	29,707	32,357	34,764	67,505	71,420	76,154	79,490