



UNIWERSYTET
MIKOŁAJA KOPERNIKA
W TORUNIU

Wydział Fizyki, Astronomii
i Informatyki Stosowanej

Programowanie Robotów Mobilnych

Planowanie ścieżki
globalnej

Rafał Szczepański
e-mail: [szczepi \(at\) umk.pl](mailto:szczepi(at)umk.pl)
www.umk.pl/~szczepi

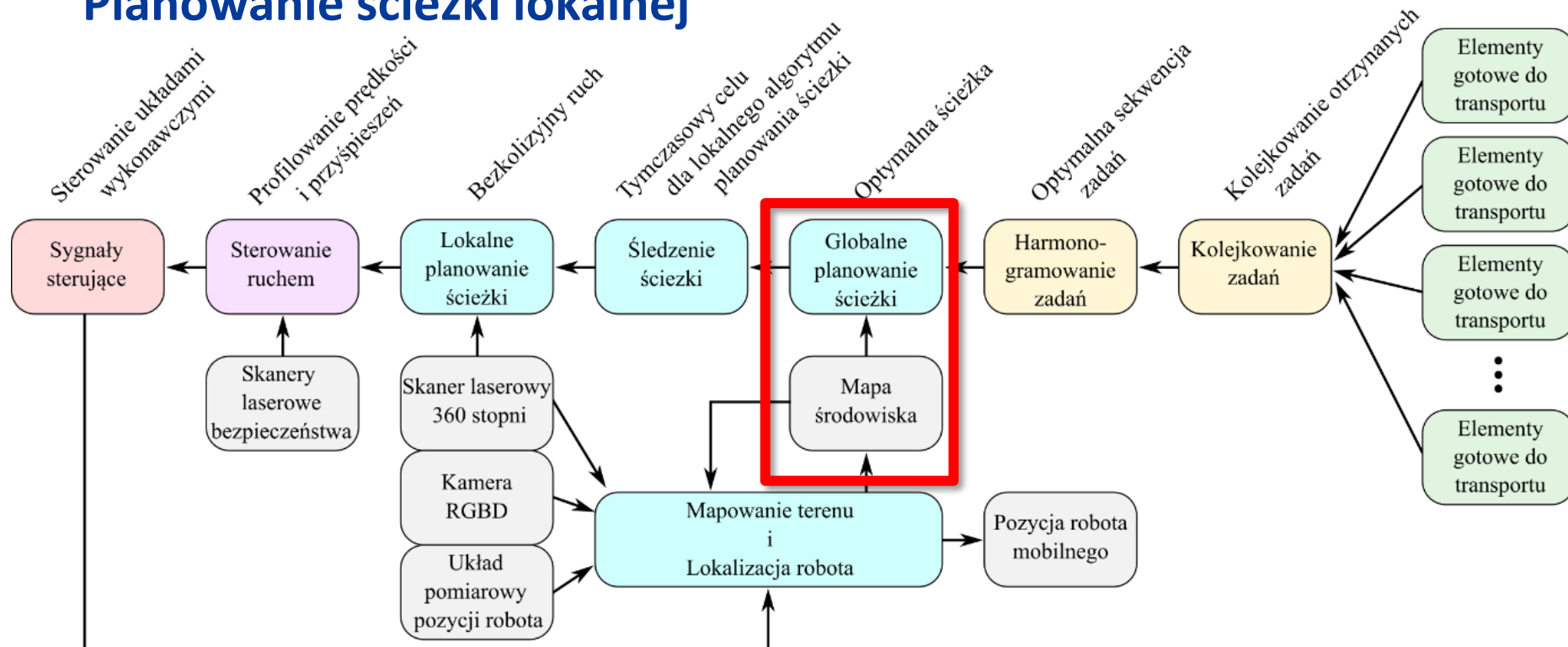
22.05.2023



Plan prezentacji

- Algorytm Dijkstra
- Algorytm A*
- Algorytm eksplorowania drzew losowych
- Algorytm mrówkowy

Planowanie ścieżki lokalnej



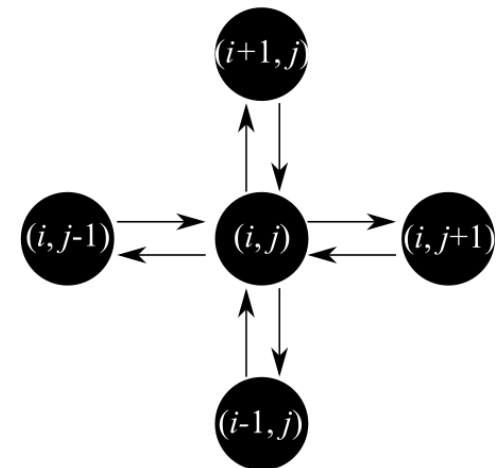
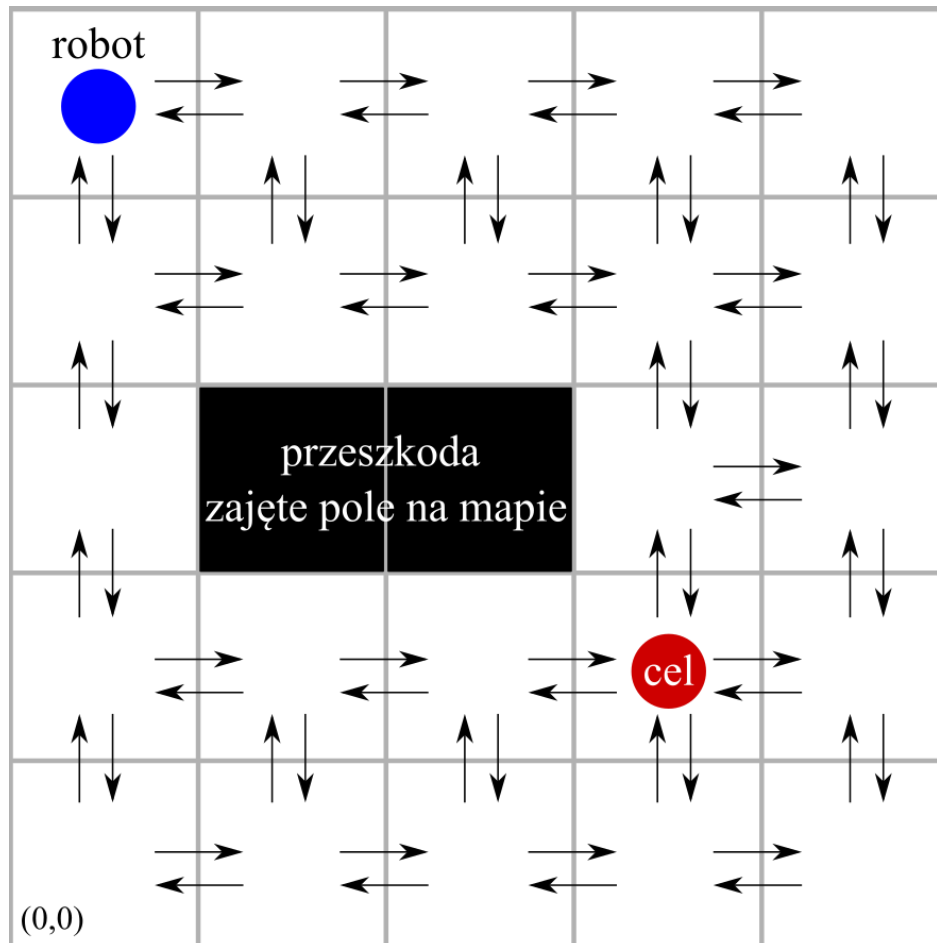
Założenia:

- Znajomość pozycji robota
- Znajomość pozycji zadanej (cel)
- Znajomość mapy środowiska

Oczekiwania:

- Znalezienie optymalnej ścieżki

Postać grafowa mapy





Algorytm Dijkstra

Algorytm znajdujący najkrótszą ścieżkę z pojedynczego źródła w grafie o nieujemnych wagach krawędzi. Algorytm bazuje na przeszukiwaniu drzewa wszerz (ang. Breadth First Search, BFS).

Algorytm rozpoczynając od punktu startowego przeszukuje drzewo w szerz aktualizując odległość od źródła do każdego z wierzchołków.

Wykonując kolejne kroki wybierając kolejne wierzchołki, do których dojście z wierzchołka początkowego jest wykonywane najmniejszym kosztem algorytm przeszukuje drzewo aż dojdzie do wierzchołka docelowego

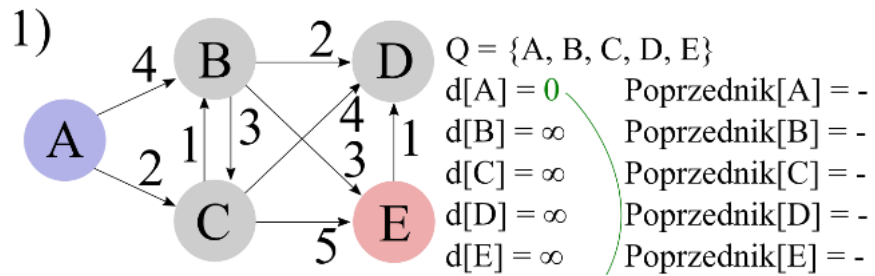


Algorytm Dijkstra

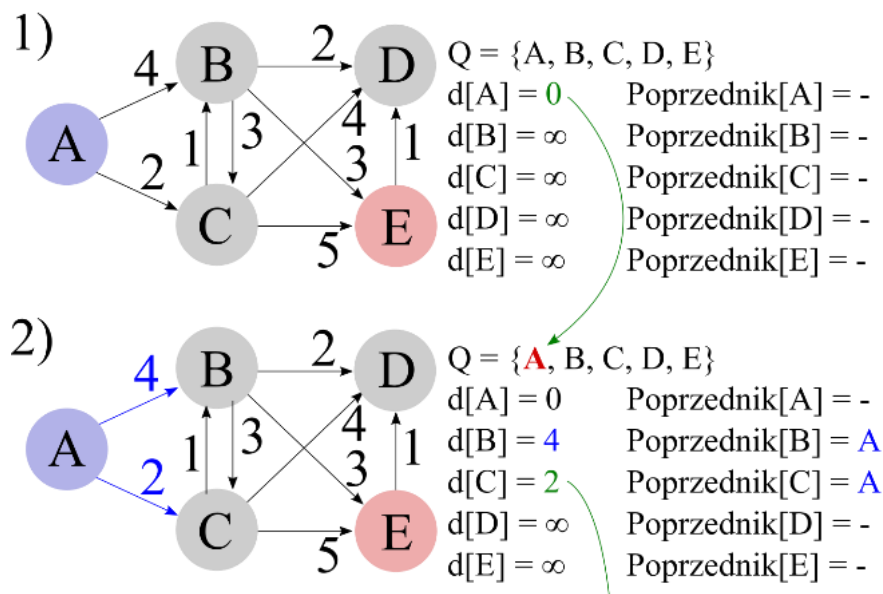
Algorytm: Pseudokod algorytmu Dijkstra	
	Wejście: G , s (wierzchołek początkowy), d (wierzchołek docelowy) Wyjście: ścieżka do celu
1	Dla każdego wierzchołka v w grafie G
2	$d[v] \leftarrow \infty$
3	$\text{poprzednik}[v] \leftarrow \text{niezdefiniowano}$
4	Koniec dla każdego
5	$d[s] \leftarrow 0$
6	$Q \leftarrow$ kolejka wierzchołków w grafie G
7	Dopóki Q nie jest puste
8	$u \leftarrow$ zdejmij z kolejki Q wierzchołek o najmniejszej wartości $d[u]$
9	Dla każdego wierzchołka v , który jest sąsiadem u
10	Jeżeli $d[v] > (d[u] + w(u, v))$, gdzie $w(\cdot)$ oznacza wagę połączenia $u \rightarrow v$
11	$d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$
12	$\text{poprzednik}[v] \leftarrow u$
13	Koniec jeżeli
14	Koniec dla każdego
15	Koniec dopóki
16	ścieżka $\leftarrow$ <i>nowa lista</i>
17	ścieżka $\leftarrow$ dodaj s
18	$v \leftarrow d$
19	Dopóki $\text{poprzednik}[v] \neq s$
20	$v \leftarrow \text{poprzednik}[v]$
21	ścieżka $\leftarrow$ dodaj v
22	Koniec dopóki
23	ścieżka $\leftarrow$ dodaj s



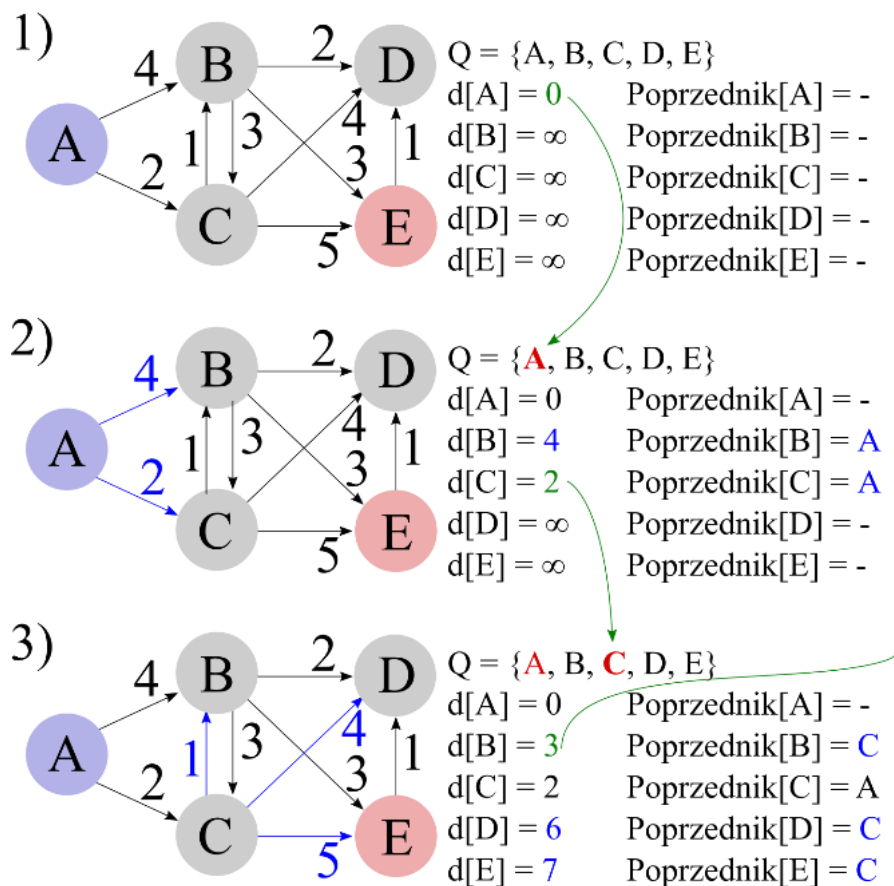
Algorytm Dijkstra



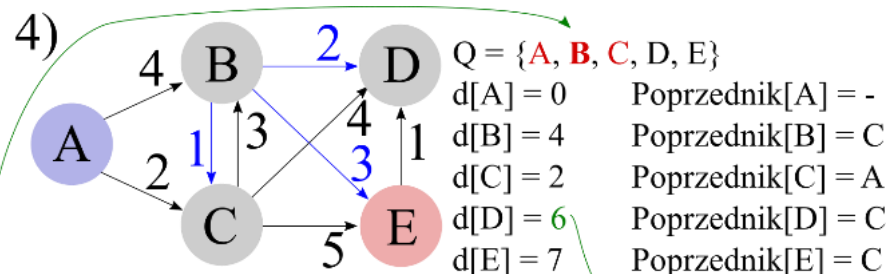
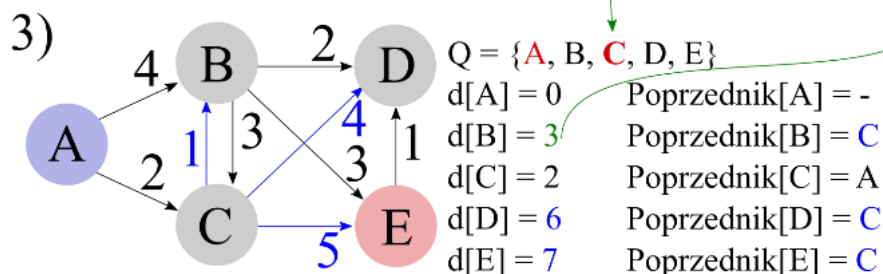
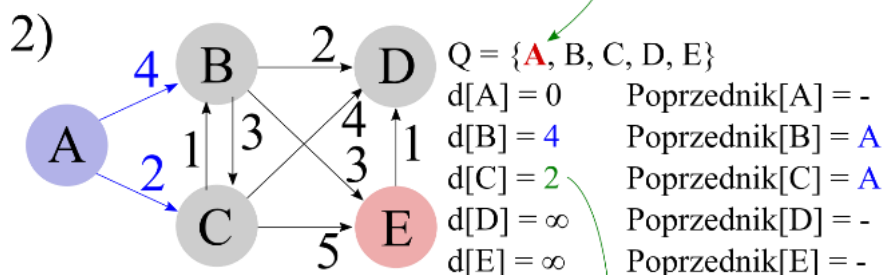
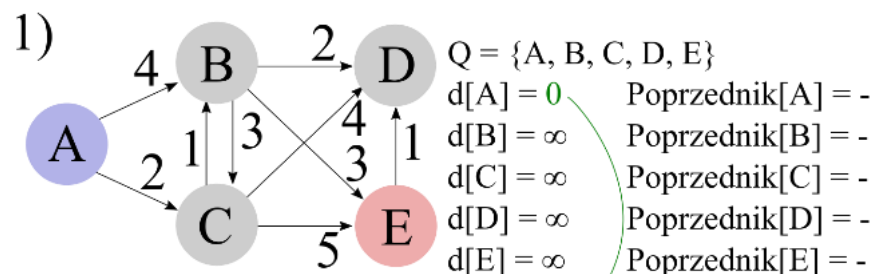
Algorytm Dijkstra



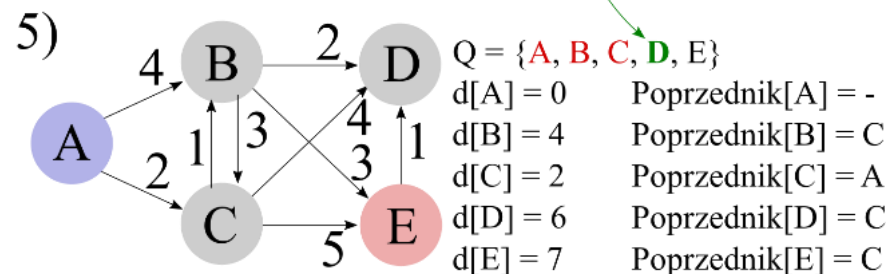
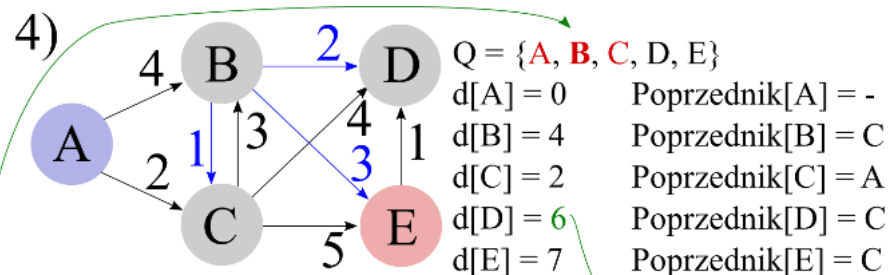
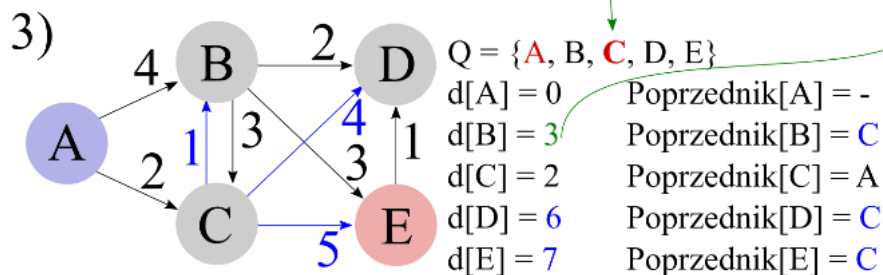
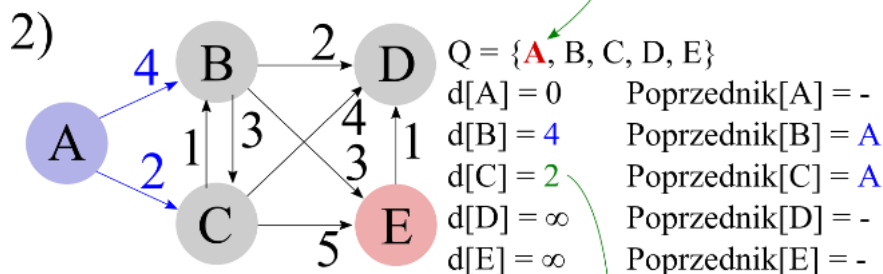
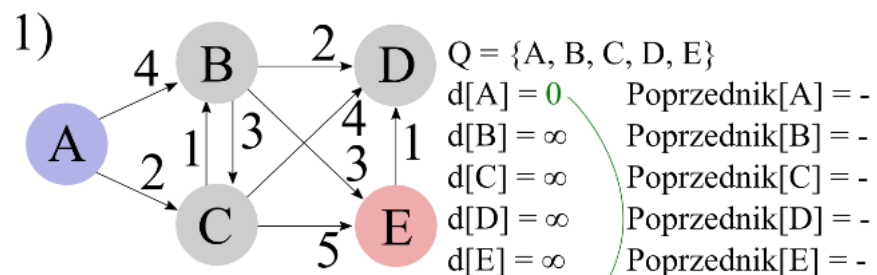
Algorytm Dijkstra



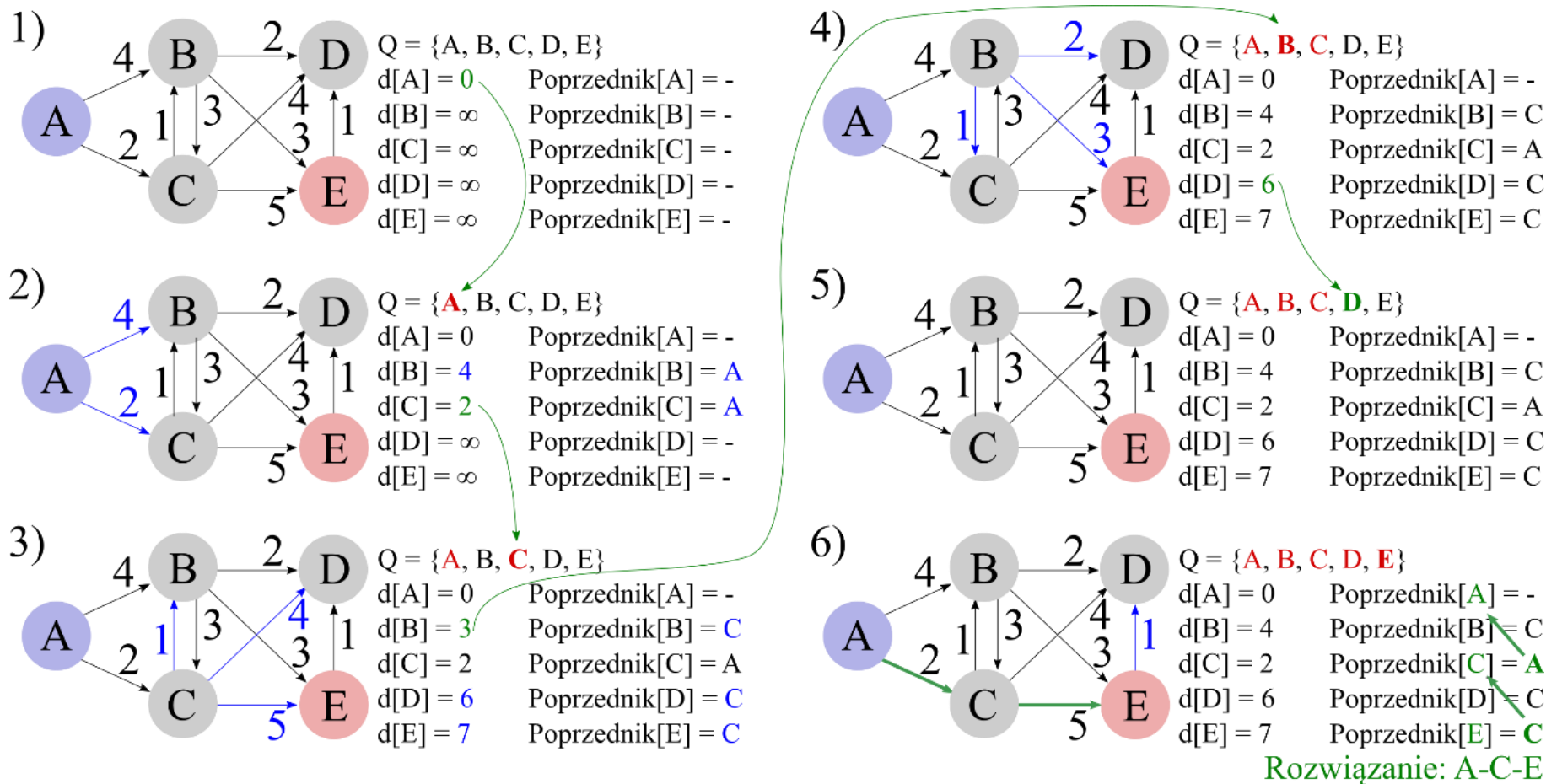
Algorytm Dijkstra



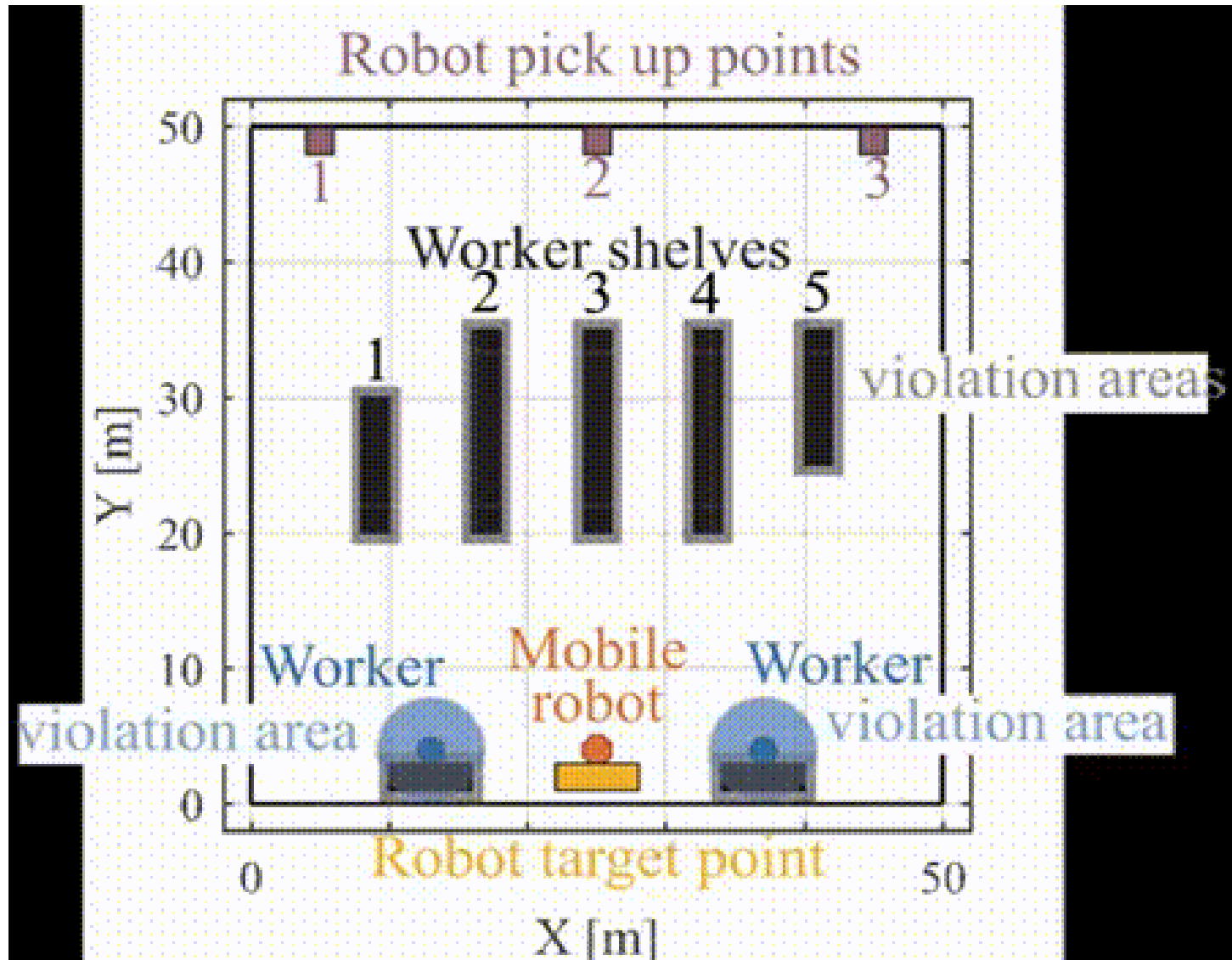
Algorytm Dijkstra



Algorytm Dijkstra



Algorytm Dijkstra





Algorytm A*

Jeżeli robot znajduje się na środku pokoju i ma dojechać w prawy górny róg to algorytm Dijkstra'y będzie sprawdzał również wierzchołki po przeciwległej stronie pomieszczenia, bo minimalizuje on odległość od wierzchołka startowego nie uwzględniając odległości do wierzchołka docelowego.

Nie poprawią one rozwiązania, ale algorytm jak było wspomniane bazuje na przeszukiwaniu drzewa wszerz, przez co algorytm analizuje wierzchołki idąc stosunkowo szeroką „falą”.

Doprecyzowując algorytm Dijkstra'y do zagadnienia planowania ścieżki warto zaznaczyć, że wagi połączeń pomiędzy wierzchołkami grafu odpowiadają odległością pomiędzy punktami na mapie. Dzięki tej wiedzy możemy rozszerzyć analizowane wierzchołki o informację pomiędzy danym wierzchołkiem v , a wierzchołkiem docelowym d poprzez wyznaczenie odległości w linii prostej pomiędzy tymi wierzchołkami:

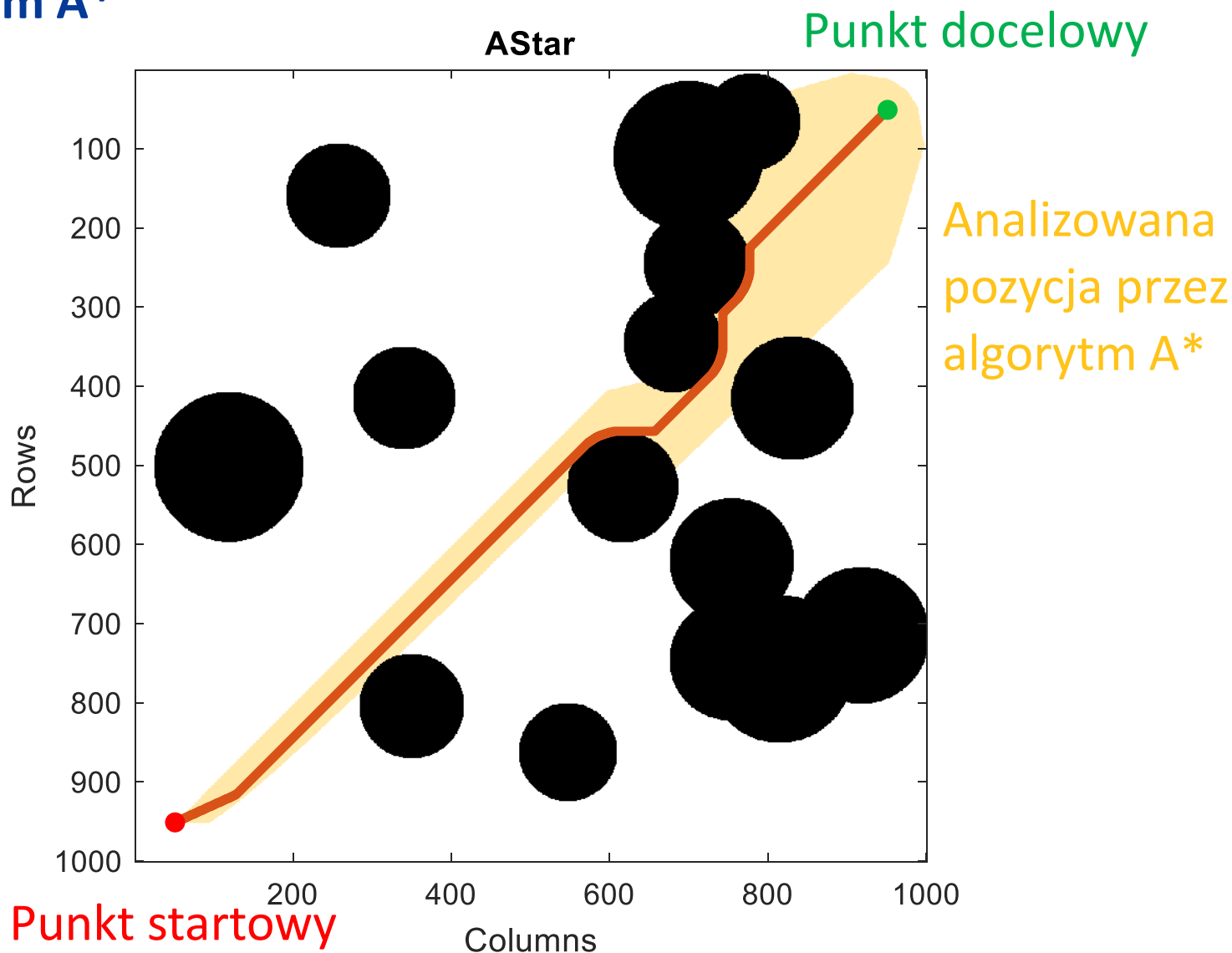
$$h(v) = ||d - v||$$

Bardzo istotną cechą odległości pomiędzy tymi wierzchołkami jest to, że jest ona nie większa niż rzeczywista odległość możliwa do uzyskania w grafie (dla trzech punktów definiuje to nierówność trójkąta).

Algorytm A*

Algorytm: Pseudokod algorytmu A*	
	Wejście: G , s (wierzchołek początkowy), d (wierzchołek docelowy) Wyjście: ścieżka do celu
1	Dla każdego wierzchołka v w grafie G
2	$d[v] \leftarrow \infty$
3	$\text{poprzednik}[v] \leftarrow \text{niezdefiniowano}$
4	Koniec dla każdego
5	$d[s] \leftarrow 0$
6	$Q \leftarrow$ kolejka wierzchołków w grafie G
7	Dopóki Q nie jest puste
8	$u \leftarrow$ zdejmij z kolejki Q wierzchołek o najmniejszej wartości $d[u]$
9	Dla każdego wierzchołka v , który jest sąsiadem u
10	Jeżeli $d[v] > (d[u] + w(u, v) + h(v))$
11	$d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v) + h(v)$
12	$\text{poprzednik}[v] \leftarrow u$
13	Koniec jeżeli
14	Koniec dla każdego
15	Koniec dopóki
16	$\text{ścieżka} \leftarrow \text{nowa lista}$
17	$\text{ścieżka} \leftarrow$ dodaj s
18	$v \leftarrow d$
19	Dopóki $\text{poprzednik}[v] \neq s$
20	$v \leftarrow \text{poprzednik}[v]$
21	$\text{ścieżka} \leftarrow$ dodaj v
22	Koniec dopóki
23	$\text{ścieżka} \leftarrow$ dodaj s

Algorytm A*

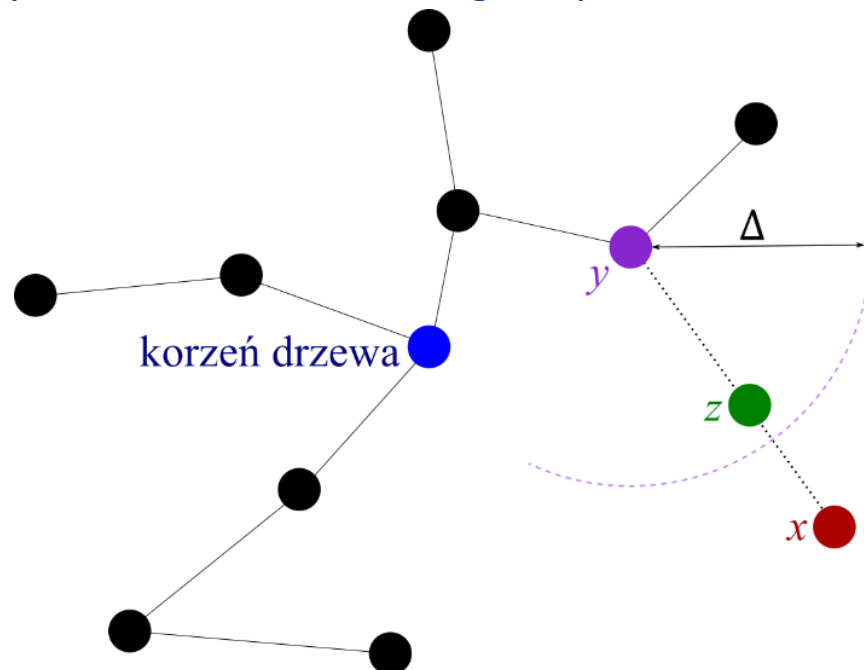


Algorytm eksplorowania drzew losowych

Algorytm eksplorowania drzew losowych (RRT) polega na konstrukcji grafu w sposób losowy. Algorytm RRT tworzy specjalny rodzaj grafu zwany drzewem.

Jest to struktura, która posiada korzeń, który w naszym przypadku jest aktualną pozycją robota, i każdy kolejny wierzchołek w drzewie posiada dokładnie jednego rodzica.

Generując odpowiednio nowe punkty i łącząc je z drzewem, algorytm RRT dokonuje eksploracji całej mapy w celu znalezienia drogi do punktu docelowego.





Algorytm eksplorowania drzew losowych

	Algorytm: Pseudokod budowy drzewa algorytmu eksplorowania drzew losowych
	Wejście: s (pozycja początkowa) Wyjście: T (drzewo eksplorujące mapę)
1	Stwórz nowe drzewo T i dodaj s jako jego korzeń
2	Dla $i = 1..N$ wykonaj
3	Wygeneruj losową pozycję x
4	Jeżeli <i>CollisionCheck</i> (x) = <i>false</i>
5	Znajdź wierzchołek y , który jest najbliższym sąsiadem w drzewie T dla x
6	Jeżeli $Distance(x, y) > \Delta$
7	Znajdź pozycję z , która leży na ścieżce łączącej x i y oraz spełnia zależność $Distance(z, y) \leq \Delta$
8	$x \leftarrow z$
9	Koniec jeżeli
10	Jeżeli <i>LocalPlanner</i> (x, y) = <i>true</i>
11	Dodaj pozycję x do drzewa T ustawiając y jako jego rodzica
12	Koniec jeżeli
13	Koniec jeżeli
14	Koniec dla

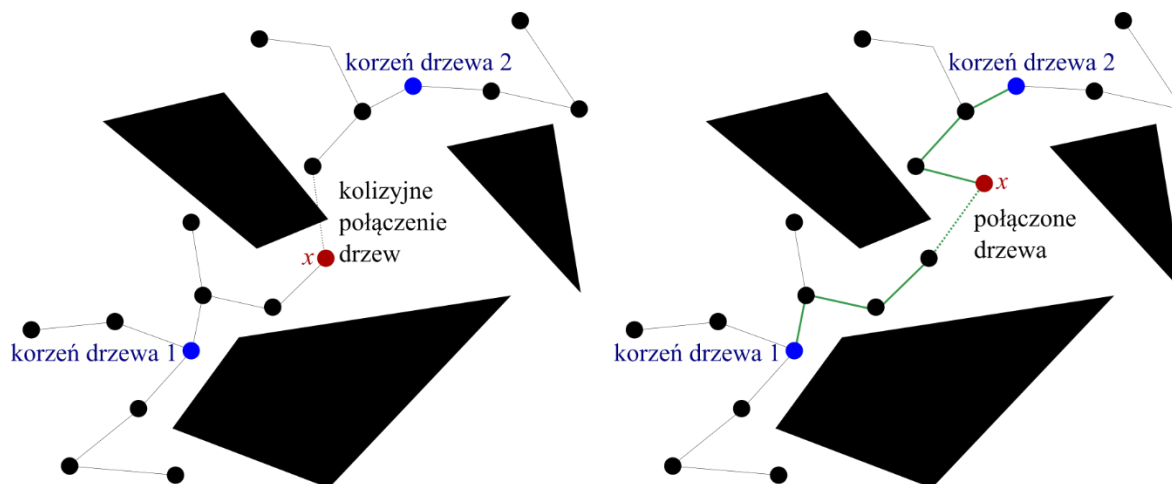


Algorytm eksplorowania drzew losowych

+

Algorytm eksplorowania drzew losowych

	Algorytm: Pseudokod algorytmu eksplorowania drzew losowych
	Wejście: s (pozycja początkowa), d (pozycja docelowa) Wyjście: ścieżka do celu
1	Stwórz nowe drzewo A i dodaj s jako jego korzeń
2	Stwórz nowe drzewo B i dodaj d jako jego korzeń
3	Dopóki drzewa A i B nie są połączone
4	Rozszerz drzewo A o pozycję x
5	Znajdź najbliższego sąsiada y pozycji x w drzewie B
6	Jeżeli $LocalPlanner(x, y) = true$
7	Zwróć ścieżkę łączącą pozycje wierzchołków: - od punktu x do korzenia w drzewie A - od punktu y do korzenia w drzewie B
8	Koniec jeżeli
9	Zamień drzewa A i B
10	Koniec dopóki





Algorytm mrówkowy (ang. *Ant Colony Optimization algorithm, ACO*)

Jest to algorytm metaheurystyczny bazujący na populacji opracowany do zastosowań w problemach optymalizacyjnych. ACO jest inspirowany naturą, a dokładniej mrówkami.

Mrówka zostawia feromony podczas marszu. A wybór ścieżki, którą pójdzie mrówka zależy w pewnym stopniu od wartości feromonów na ścieżce. W związku z tym, mrówki początkowo w nowym terenie wybierają ścieżki bardziej losowo (brak feromonów) i z biegiem czasu poprzez zostawiany ślad feromonowy na ścieżkach zaczynają poruszać się po najlepszej ścieżce.

Pozostawianie feromonu na ścieżce łączącej wierzchołki grafu i i j przez k -tą mrówkę modelujemy jako odwrotnie proporcjonalne do długości ścieżki jaką mrówka pokonała aby dotrzeć z punktu początkowego do punktu końcowego:

$$\Delta\tau_{i,j}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{jeżeli } k - \text{ta mrówka przeszła krawędzią } i, j \\ 0, & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

gdzie: Q jest stałą (np. $Q = 1$), a L_k jest długością całej trasy od wierzchołka początkowego do końcowego mrówki.



Algorytm mrówkowy (ang. *Ant Colony Optimization algorithm, ACO*)

Dodatkowo, feromon paruje, co jest symulowane poprzez zmniejszanie aktualnej wartości feromonu na ścieżce w każdej iteracji. Pełny model feromonu na danej ścieżce jest następujący:

$$\tau_{i,j} = (1 - \rho)\tau_{i,j} + \sum_{k=1}^N \Delta\tau_{i,j}^k$$

gdzie: ρ jest współczynnikiem parowania feromonu na ścieżce ($0 \leq \rho \leq 1$), N oznacza liczbę agentów (mrówek) algorytmu.



Algorytm mrówkowy (ang. *Ant Colony Optimization algorithm, ACO*)

Kolejnym elementem kluczowym algorytmu jest decyzja o wyborze kolejnego wierzchołka. Kluczową rolę odgrywają wartość feromonu połączenia ($\tau_{i,j}$) oraz celowość zmiany stanu $\eta_{i,j}$, co w zakładanym przypadku planowania ścieżki można przyjąć za odwrotność odległości pomiędzy wierzchołkami ($\eta_{i,j} = \frac{1}{d_{i,j}}$). Wzór na prawdopodobieństwo wyboru połączenia z wierzchołka i do wierzchołka j można zapisać następująco:

$$p_{i,j} = \frac{\tau_{i,j}^{\alpha} \cdot \eta_{i,j}^{\beta}}{\sum_{m \in \text{dostępnewierzchołki}} \tau_{i,m}^{\alpha} \cdot \eta_{i,m}^{\beta}}$$

gdzie: α jest parametrem wpływu feromonu na ścieżce ($\alpha \geq 0$), a β jest parametrem wpływu długości połączenia ($\beta \geq 1$)).



Algorytm mrówkowy

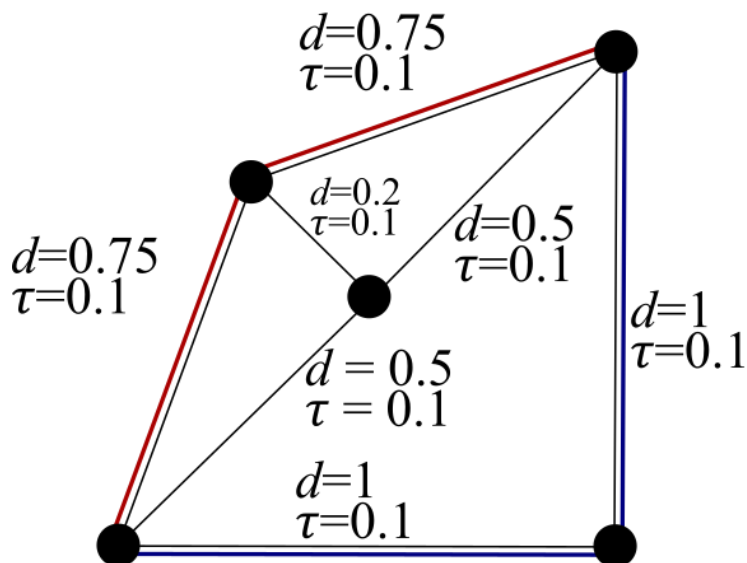
(ang. *Ant Colony Optimization algorithm, ACO*)

Algorytm 7: Pseudokod algorytmu mrówkowego	
	Wejście: s (pozycja początkowa), d (pozycja docelowa), N (populacja mrówek), M (liczba iteracji), Q , α , β , ρ (parametry) Wyjście: ścieżka do celu
1	Inicjalizacja zmiennych
2	Dla $iter = 1 \dots M$ wykonaj
3	Dla $k = 1 \dots N$ wykonaj
4	Pozycja mrówki $\leftarrow s$
5	Dopóki mrówka nie osiągnęła punktu docelowego (d)
6	Oblicz prawdopodobieństwo dla każdego możliwego ruchu
7	Wybierz kolejną pozycję zgodnie z prawdopodobieństwem
8	Koniec dopóki
9	Aktualizuj ilość feromonów na ścieżkach
10	Koniec dla
11	Koniec dla
12	Zwróć ścieżkę wybierając trasę o największych prawdopodobieństwach

Algorytm mrówkowy

(ang. *Ant Colony Optimization algorithm, ACO*)

Trasy mrówek



$$L_1 = 0.75 + 0.75 = 1.5$$

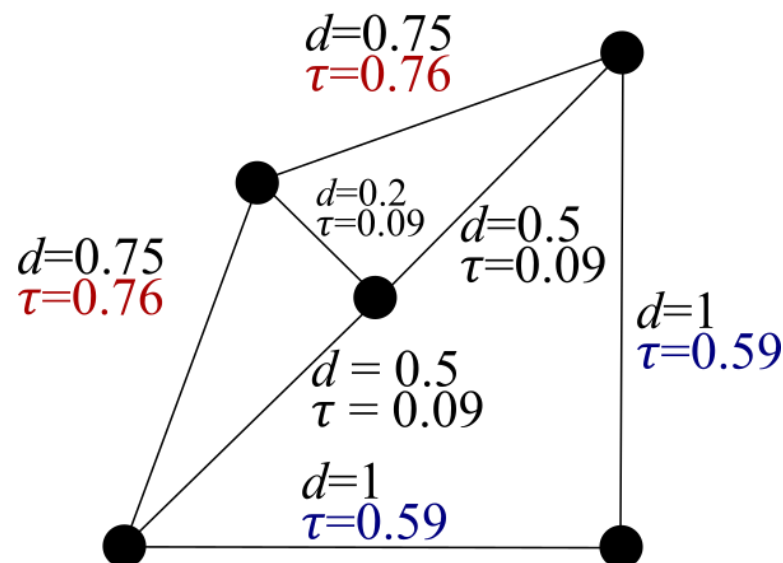
$$\Delta\tau^1 = 1/1.5 = 0.67$$



$$L_2 = 1 + 1 = 2$$

$$\Delta\tau^2 = 1/2 = 0.5$$

Aktualizacja feromonu



$$\rho = 0.1$$

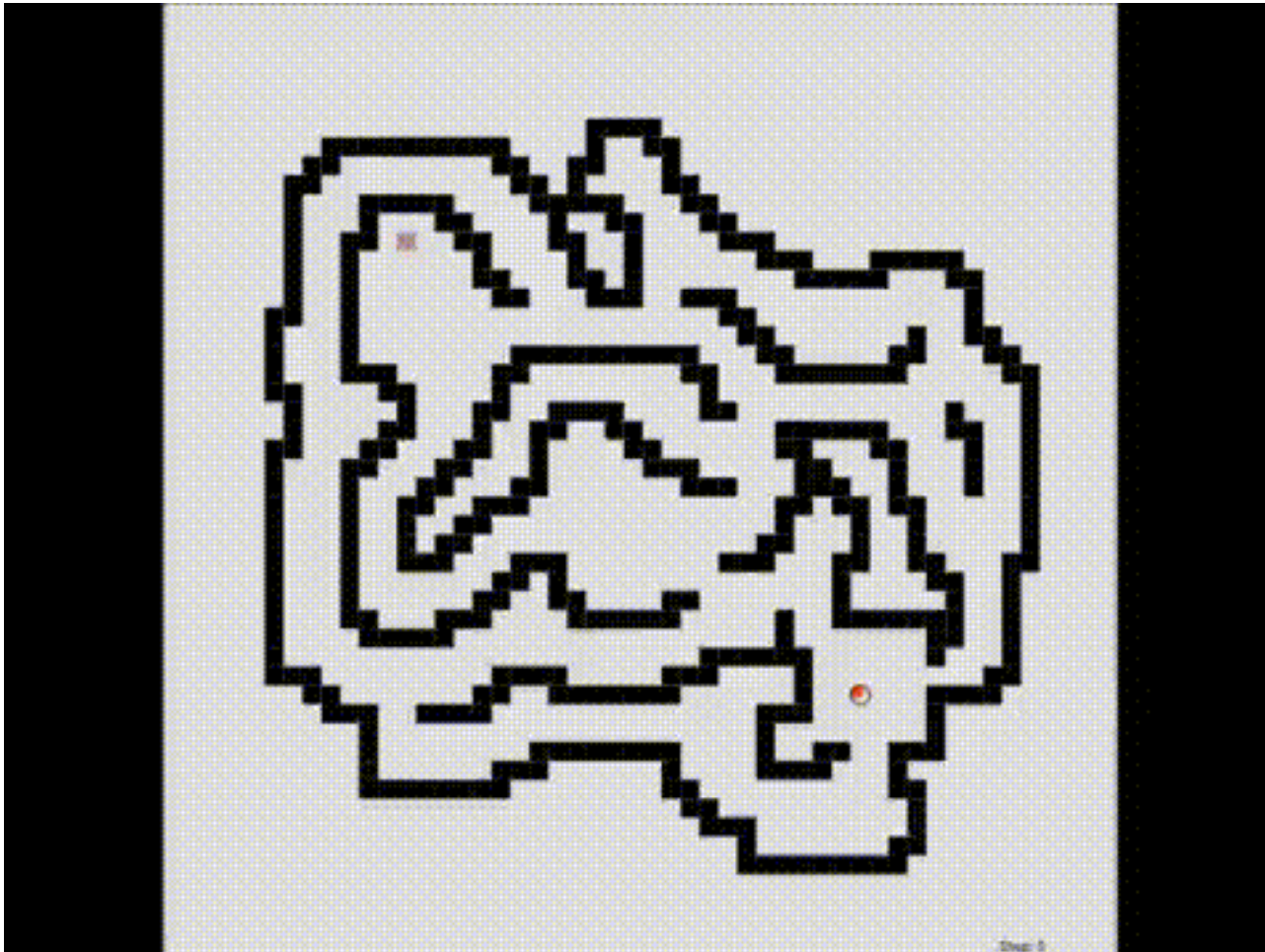
$$(1-0.1) * 0.1 + 0 = 0.09$$

$$(1-0.1) * 0.1 + 0.67 = 0.76$$

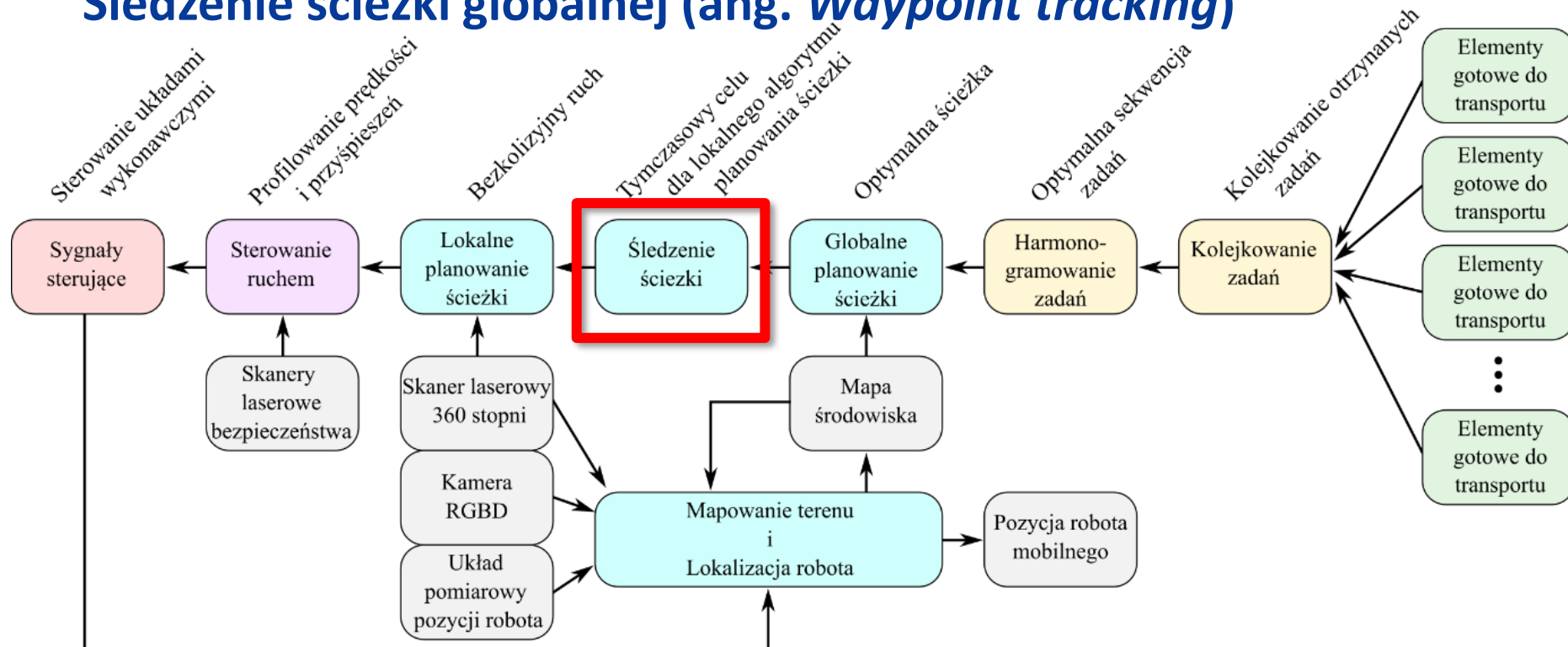
$$(1-0.1) * 0.1 + 0.5 = 0.59$$

Algorytm mrówkowy

(ang. *Ant Colony Optimization algorithm, ACO*)



Śledzenie ścieżki globalnej (ang. *Waypoint tracking*)



Założenia:

- Znajomość pozycji robota
- Znajomość ścieżki
- Znajomość mapy środowiska
- Dane z lokalnych czujników robota

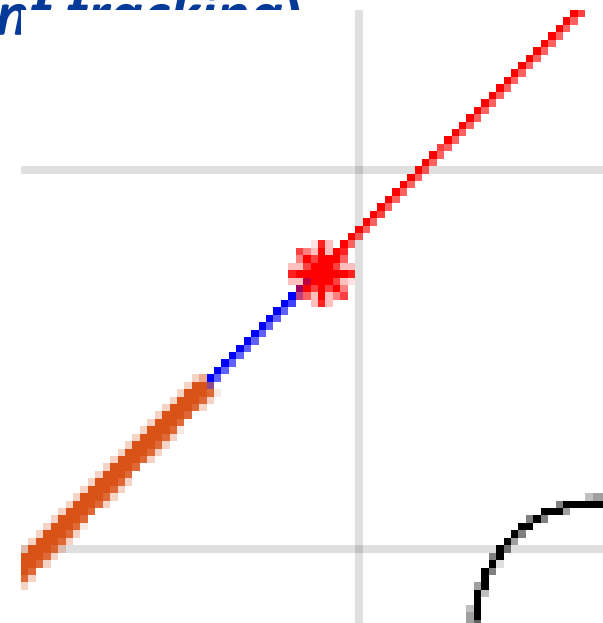
Oczekiwania:

- Śledzenie globalnej ścieżki

Śledzenie ścieżki globalnej (ang. *Waypoint tracking*)

Algorytmy śledzenia ścieżki globalnej tj. Pure Pursuit nie posiadają wbudowanych mechanizmów omijania przeszkód wykorzystując czujniki pokładowe.

W celu bezkolizyjnej realizacji globalnej ścieżki należy zastosować algorytm planowania ścieżki lokalnej.



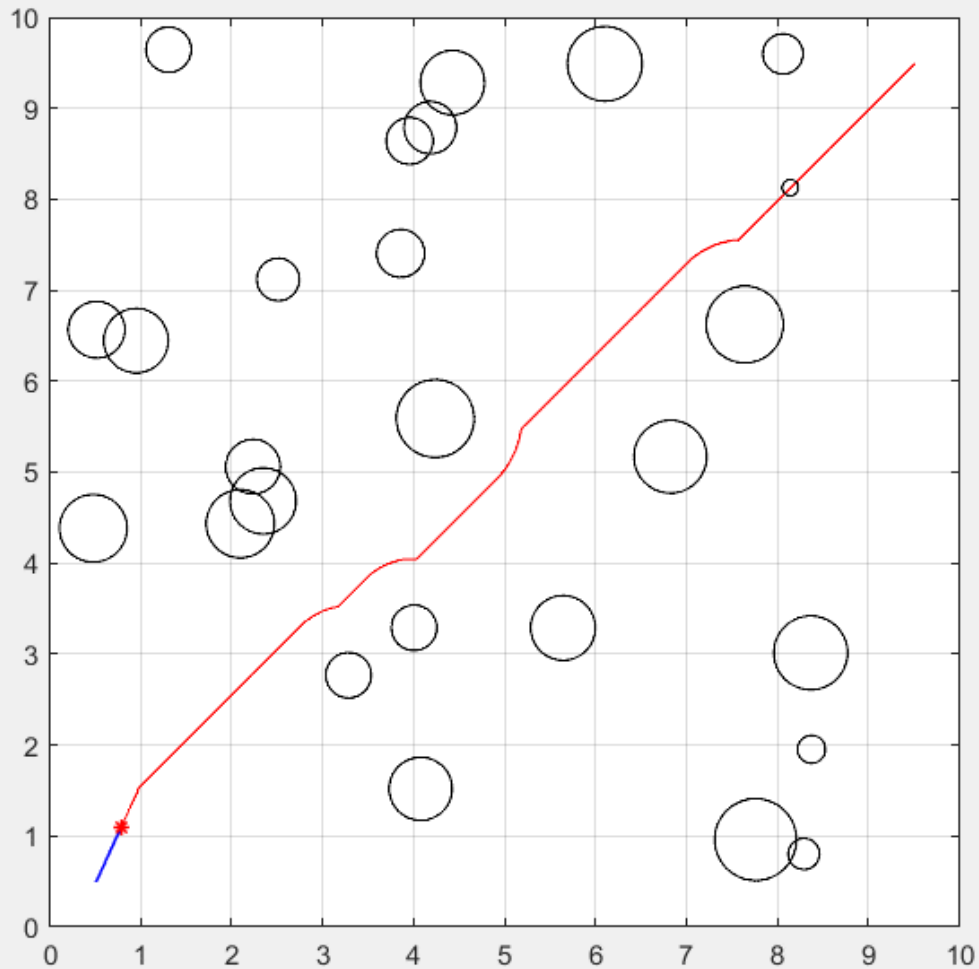
Śledzenie ścieżki globalnej (ang. *Waypoint tracking*)

Wyprzedzenie o np. 1m ścieżki
jako punkt do śledzenia dla
algorytmu planowania ścieżki
lokalnej

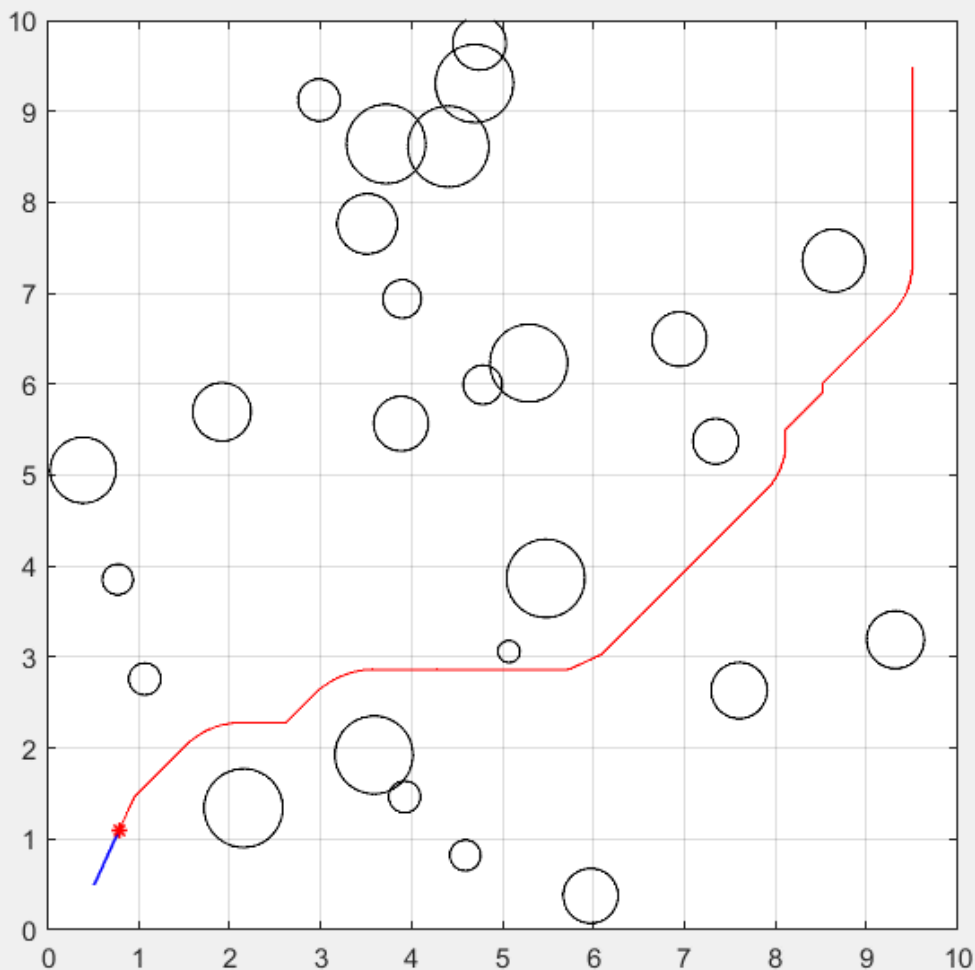


Najbliższy punkt
ścieżki globalnej
od aktualnej
pozycji robota

Śledzenie ścieżki globalnej (ang. *Waypoint tracking*) + APF



Śledzenie ścieżki globalnej (ang. *Waypoint tracking*) + APF



Śledzenie ścieżki globalnej (ang. *Waypoint tracking*) + APF

