



UNIWERSYTET
MIKOŁAJA KOPERNIKA
W TORUNIU

Wydział Fizyki, Astronomii
i Informatyki Stosowanej

Programowanie Robotów Mobilnych

Lokalizacja

Rafał Szczepański

e-mail: szczepi@umk.pl

www.umk.pl/~szczepi

08.05.2023



Plan prezentacji

- Błędy odometryczne
- Problem lokalizacji
- Rozszerzony filtr Kalmana
- Sekwencyjna metoda Monte Carlo



Błędy odometryczne

Błędy odometrii możemy podzielić na:

- systematyczne:
skończona rozdzielczość i częstotliwość próbkowania enkodera,
niewspółosiowość kół,
nierówne średnice kół lub inne niż nominalna średnica,
inny rozstaw kół niż nominalny.
- Przypadkowe:
nierówne podłoże,
przejazd koła po obiekcie,
poślizg kół (śliskie podłoże, gwałtowne przyśpieszenie, duża prędkość na łukach, nie punktowy kontakt kół z podłożem, siły zewnętrzne lub wewnętrzne)

Błędy odometrii się kumulują.

Błędy odometryczne

Nawet dodanie szumu o rozkładzie normalnym z zerową wartością średnią powoduje powstawanie błędów w wyznaczonej pozycji poprzez odometrię:



Konieczne jest wspomaganie odometrii:

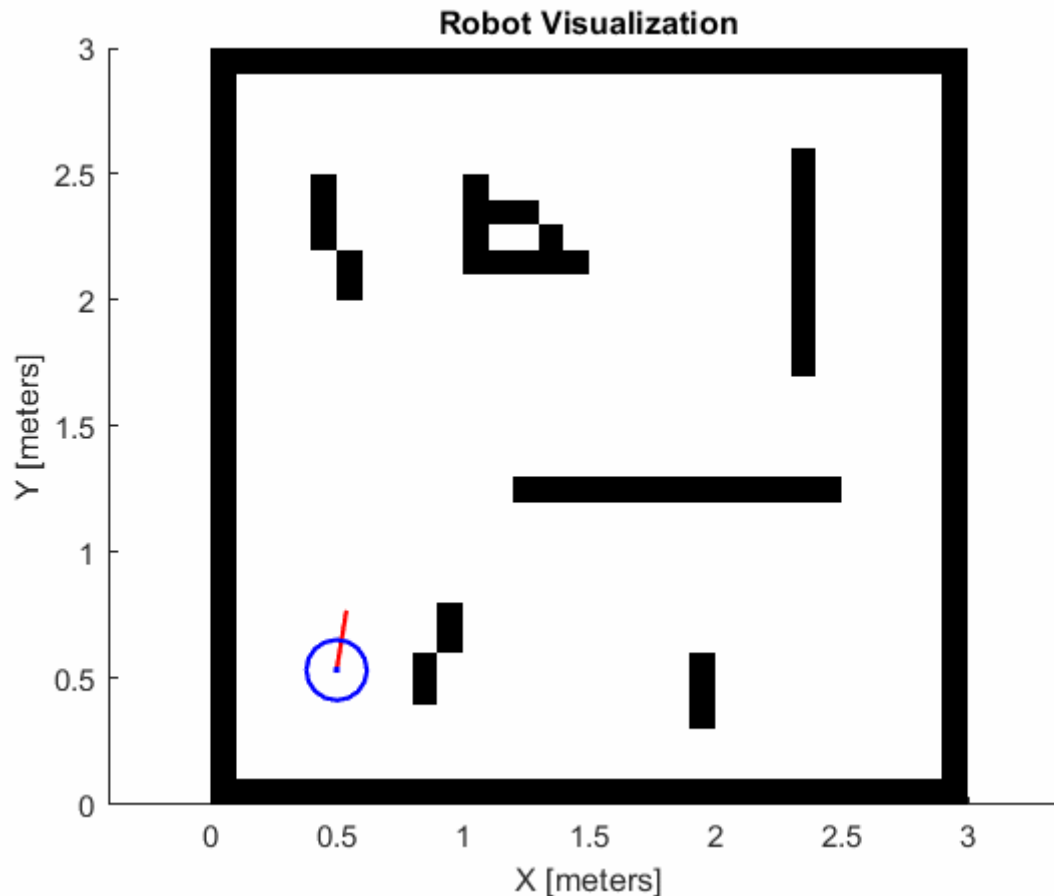
- czujnik IMU (ang. *inertial measurement unit*),
- znaczniki radiowe,
- GPS (ang. *Global Positioning System*),
- skaner laserowy 360 stopni.

Błędy odometryczne

Robot bazując na danych odometrycznych podąża za wyznaczoną ścieżką przez algorytm globalny algorytmem czysty pościg (ang. *PurePursuit*).

Ścieżka globalna

Przebyta trasa przez robota



Błędy odometryczne

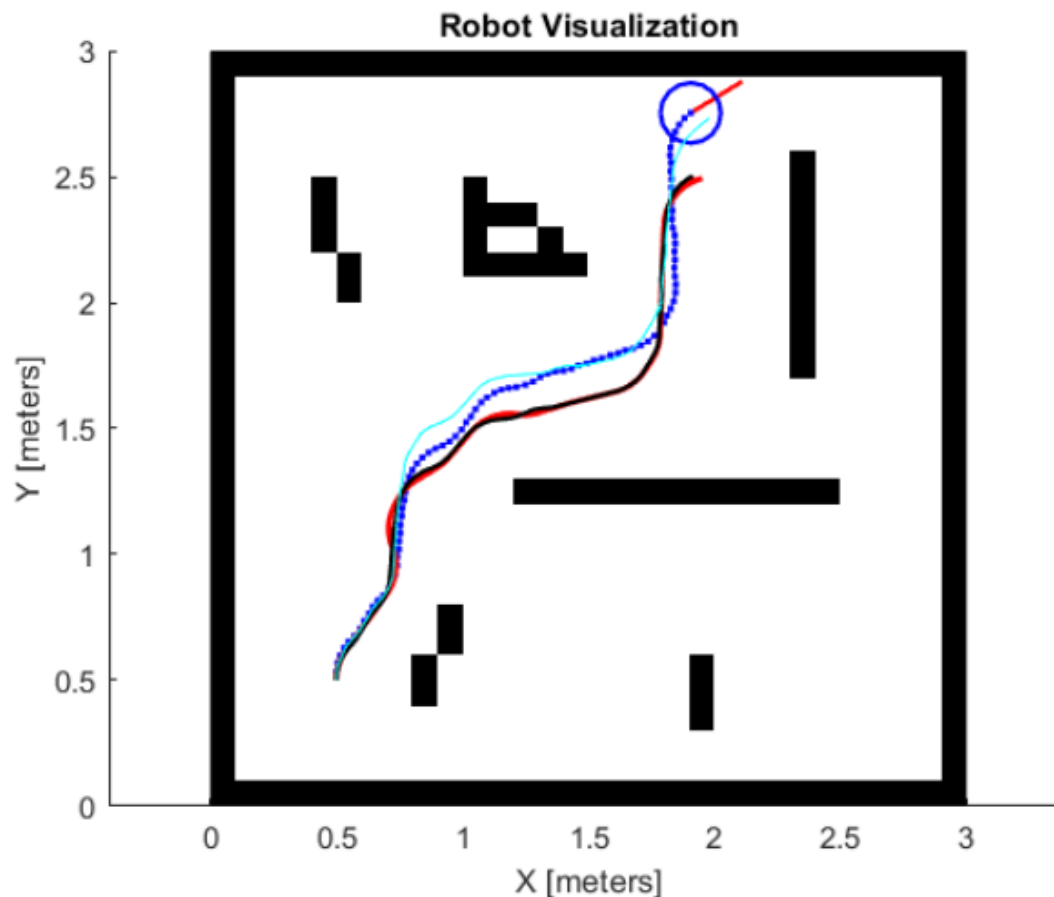
Robot bazując na danych odometrycznych podąża za wyznaczoną ścieżką przez algorytm globalny algorytmem czysty pościg (ang. *PurePursuit*).

Ścieżka globalna

Przebyta trasa przez robota

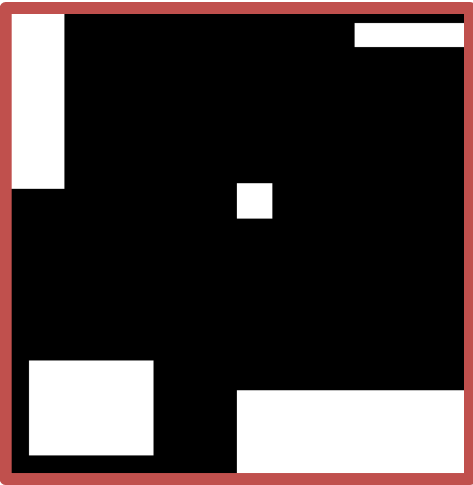
Estymacja dostarczona
krokiem predykcji filtru
Kalmana

Pozycja wyznaczona na
bazie pomiaru
odometrycznego



Problem lokalizacji

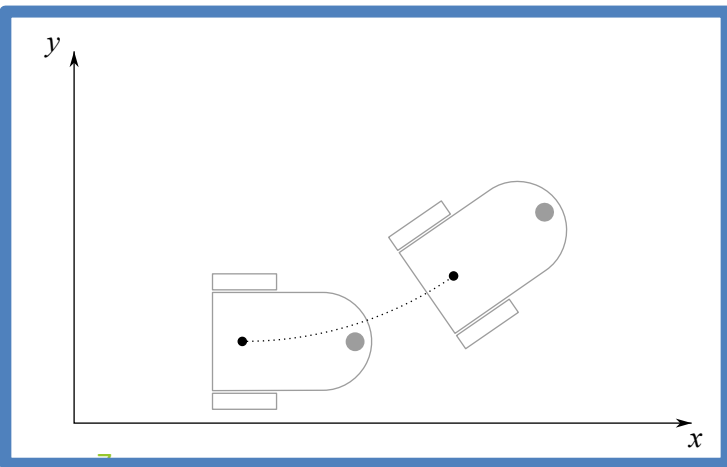
Mapa środowiska



Zaszumiony odczyt skanera laserowego



Pozycja i orientacja



Zaszumiony pomiar odometryczny

Fuzja
Filtrowanie



Rozszerzony filtr Kalmana

- Filtr Kalmana jest rekurencyjnym algorytmem wyznaczania minimalno-wariacyjnej estymaty wektora zmiennych stanu bazując na pomiarach wymuszenia i wyjścia. Zakłada on, że pomiar i proces są obarczone błędami o rozkładzie normalnym:

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= A_k \hat{x}_{k-1} + B_k u_k + w_k \\ z_k &= C_k \hat{x}_k + v_k\end{aligned}$$

gdzie: $w_k \sim N(0, Q_k)$, $v_k \sim N(0, R_k)$.

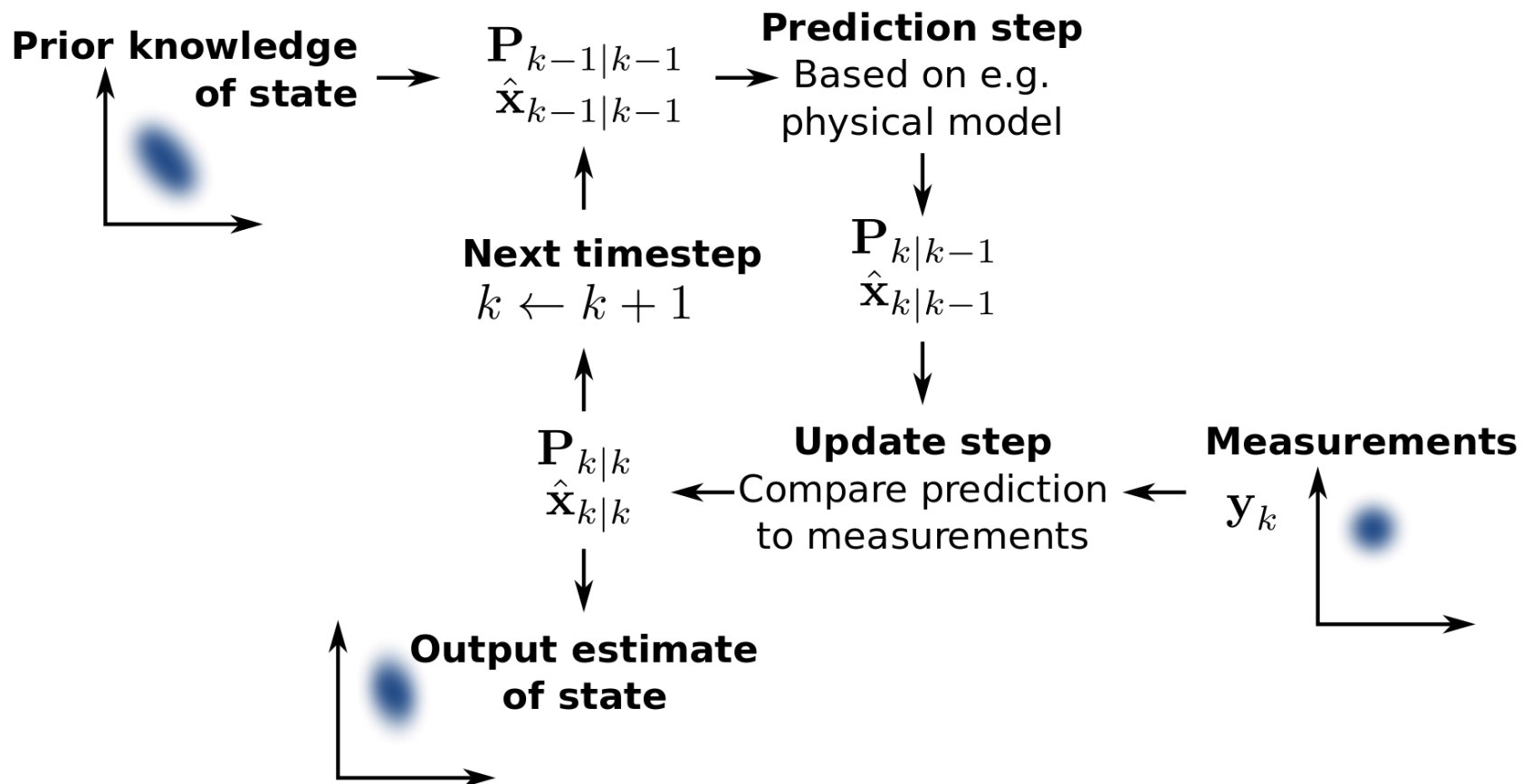
- Filtr Kalmana jest przeznaczony do obiektów liniowych i stacjonarnych. Do nieliniowych i niestacjonarnych układów należy zastosować **rozszerzony filtr Kalmana**:

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= f(\hat{x}_{k-1}, u_k) + w_k \\ z_k &= h(\hat{x}_k) + v_k\end{aligned}$$

W równaniach stosuje się gradienty funkcji f i h :

$$\nabla f_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_{k-1|k-1}, u_k}, \nabla h_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x_{k|k-1}}$$

Rozszerzony filtr Kalmana





Rozszerzony filtr Kalmana

Dla dwukołowego robota mobilnego z podparciem postać macierzowa odometrii jest następująca:

$$f(x_{k-1}, u_k) = \begin{bmatrix} X_{k-1} + v_k \cdot \cos(\theta_k) \\ Y_{k-1} + v_k \cdot \sin(\theta_k) \\ \theta_{k-1} + \omega_k \cdot dT \end{bmatrix}$$

Gradient powyższej funkcji:

$$\nabla f_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & v_k \cdot \sin(\theta_k) \\ 0 & 1 & -v_k \cdot \cos(\theta_k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Rozszerzony filtr Kalmana

Predykcja odczytu pozycji znacznika dla aktualnej pozycji robota może być wyznaczona następującym równaniem:

$$\hat{z}_{i,k} = h_{i,k}(x_k, M_i) = \begin{bmatrix} r_k \\ \alpha_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k - x_M)^2 + (y_k - y_M)^2} \\ \arctan\left(\frac{y_k - y_M}{x_k - x_M}\right) \end{bmatrix}$$

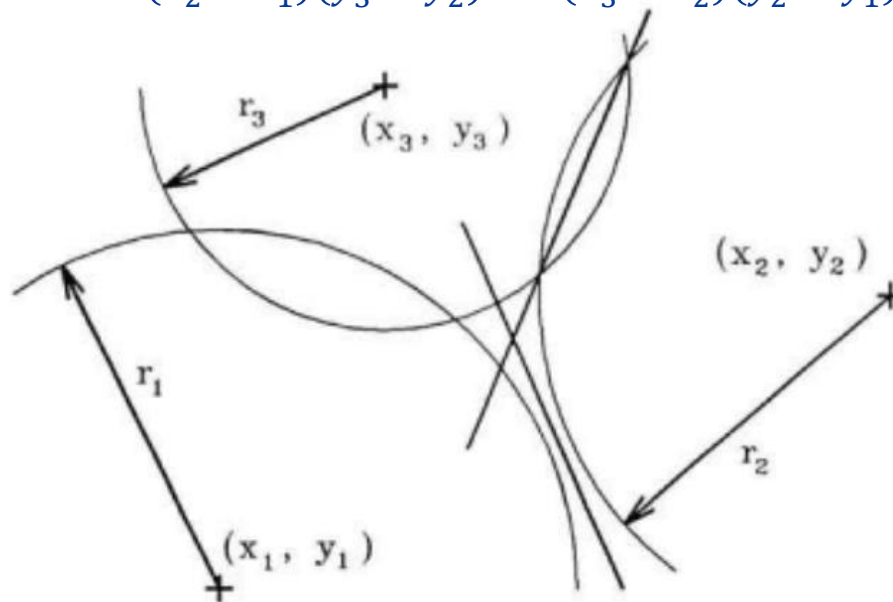
Gradient powyższej funkcji:

$$\nabla h_i = \begin{bmatrix} \frac{x_k - x_M}{\sqrt{(x_k - x_M)^2 + (y_k - y_M)^2}} & \frac{y_k - y_M}{\sqrt{(x_k - x_M)^2 + (y_k - y_M)^2}} & 0 \\ -\frac{y_k - y_M}{1 + \left(\frac{y_k - y_M}{x_k - x_M}\right)^2 (x_k - x_M)^2} & \frac{1}{1 + \left(\frac{y_k - y_M}{x_k - x_M}\right)^2 (x_k - x_M)^2} & -1 \end{bmatrix}$$

Rozszerzony filtr Kalmana

Wyznaczenie pozycji robota na bazie pomiaru odległości od znaczników jest realizowane na bazie przecięcia się prostych ze względu na błędy i szумы pomiarowe powodujące, że trzy okręgi nie przecinają się w dokładnie jednym punkcie.

$$z_{1,k+1} = \left[\begin{array}{c} \frac{(y_2 - y_1)(r_2^2 - r_3^2 - x_2^2 + x_3^2 - y_2^2 + y_3^2) - (y_3 - y_2)(r_1^2 - r_2^2 - x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2)}{2(x_3 - x_2)(y_2 - y_1) - 2(x_2 - x_1)(y_3 - y_2)} \\ \frac{(x_2 - x_1)(r_2^2 - r_3^2 - x_2^2 + x_3^2 - y_2^2 + y_3^2) - (x_3 - x_2)(r_1^2 - r_2^2 - x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2)}{2(x_2 - x_1)(y_3 - y_2) - 2(x_3 - x_2)(y_2 - y_1)} \end{array} \right]$$





Rozszerzony filtr Kalmana

Wyznaczenie estymacji pozycji robota a priori bazując na pomiarze odometrycznym jest następujące:

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k)$$

Aktualizacja kowariancji pomiaru odometrycznego:

$$P_{k+1|k} = \nabla f P_{k|k} \nabla f^T + Q_k$$

Innowacja filtru Kalmana wyznaczana jest z pomiaru czujników odległości jest następująca:

$$v_{i,j,k+1} = z_{j,k+1} - \hat{z}_{i,k+1}$$

Niepewność tego błędu lub jego kowariancja wynosi:

$$S_{k+1} = \nabla h P_{k+1|k} \nabla h^T + R_{k+1}$$



Rozszerzony filtr Kalmana

Estymacja pozycji robota *a posteriori* wyraża się następująco:

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}v_{k+1}$$

Macierz wzmocnienia filtru Kalmana wyraża się następująco:

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} \nabla h^T S_{k+1}^{-1}$$

Gdzie aktualizacja kowariancji po pomiarze odległości od znaczników wynosi:

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} + K_{k+1} S_{k+1} K_{k+1}^T$$

Rozszerzony filtr Kalmana

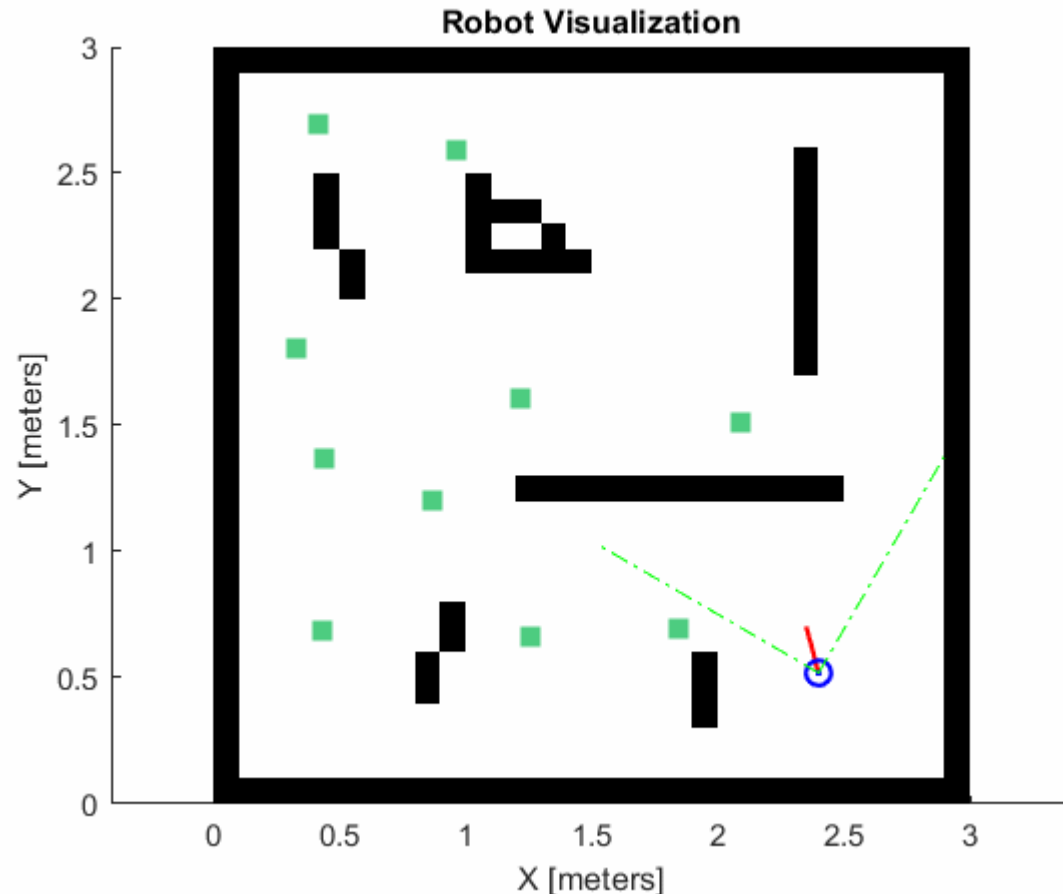
Robot bazując na pozycji
wyznaczonej na bazie EKF
podąża za wyznaczoną
ścieżką przez algorytm
globalny algorytmem czysty
pościg (ang. *PurePursuit*).

Ścieżka globalna

Przebyta trasa przez robota

Trasa na bazie samej
odometrii

Estymacja dostarczona
krokiem predykcji filtru
Kalmana



Rozszerzony filtr Kalmana

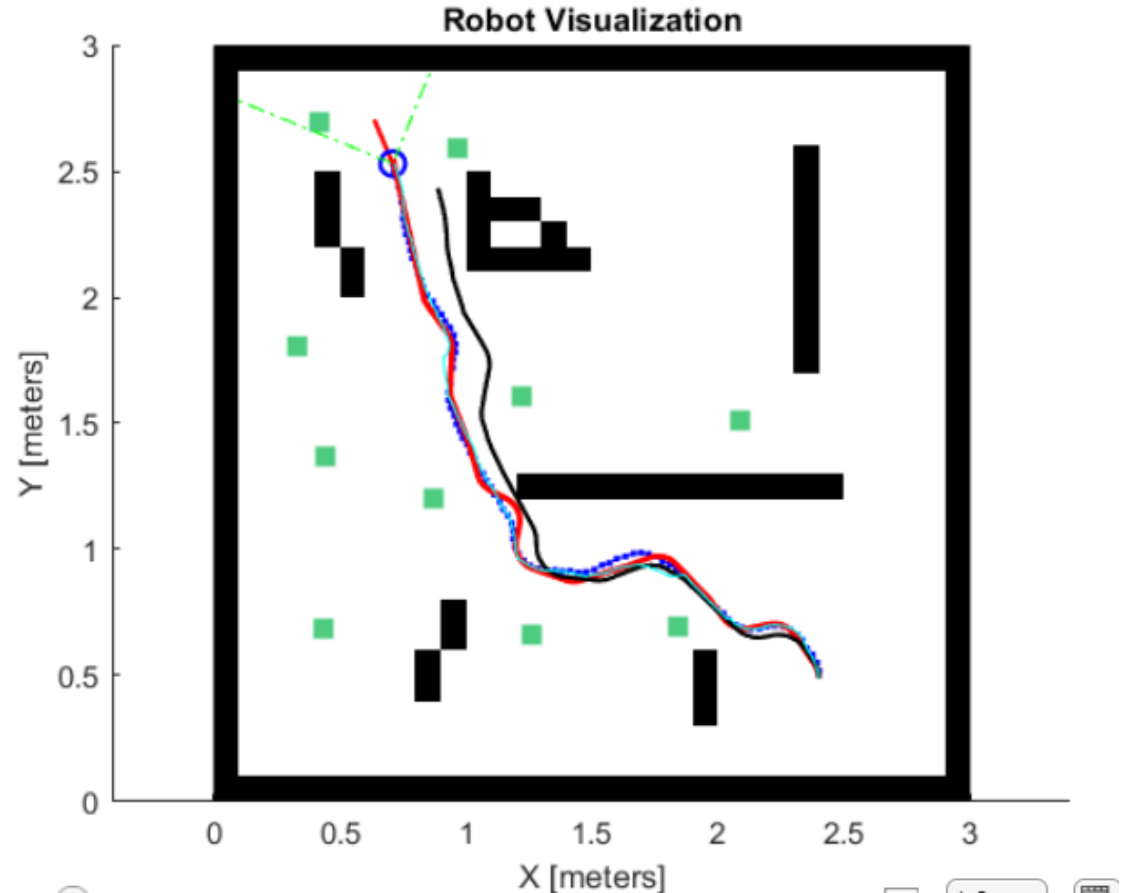
Robot bazując pozycji
wyznaczonej na bazie EKF
podąża za wyznaczoną
ścieżką przez algorytm
globalny algorytmem czysty
pościg (ang. *PurePursuit*).

Ścieżka globalna

Przebyta trasa przez robota

Trasa na bazie samej
odometrii

Estymacja dostarczona
krokiem predykcji filtru
Kalmana





Sekwencyjny algorytm Monte Carlo

Inaczej: Filtr cząsteczkowy

- Filtr cząsteczkowy jest metodą nieliniowej filtracji polegającej na oszacowaniu rozkładów prawdopodobieństwa docelowego przez rozkłady empiryczne, skupione na zestawie próbek.
- Można wyróżnić następujące fazy:
 - Inicjalizacja początkowych pozycji cząstek
 - Aktualizacja pozycji bazując na modelu
 - Wyznaczenie prawdopodobieństwa danej pozycji bazując na pomiarach
 - Wygenerowanie nowych pozycji cząstek zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa aktualnych pozycji
- Understanding the Particle Filter | | Autonomous Navigation, Part 2:
https://www.youtube.com/watch?v=NrzMH_yerBU



Sekwencyjny algorytm Monte Carlo

Inaczej: Filtr cząsteczkowy

- Filtr cząsteczkowy polega na wygenerowaniu N potencjalnych kandydatów dla aktualnego stanu.
- Wartość stanu określa się jako średnią pozycję cząstek:

$$p(x_k | y_{0:k-1}, u_{0:k-1}, x_0) = \sum_{i=1}^N w_k^i \cdot p(x_k | x_{k-1}, u_k)$$

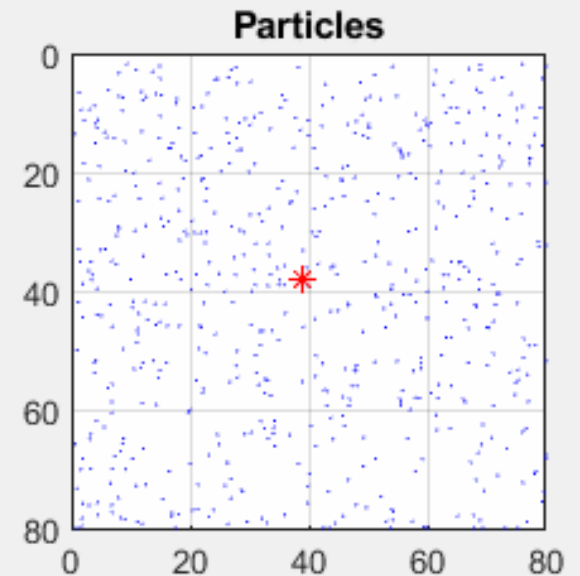
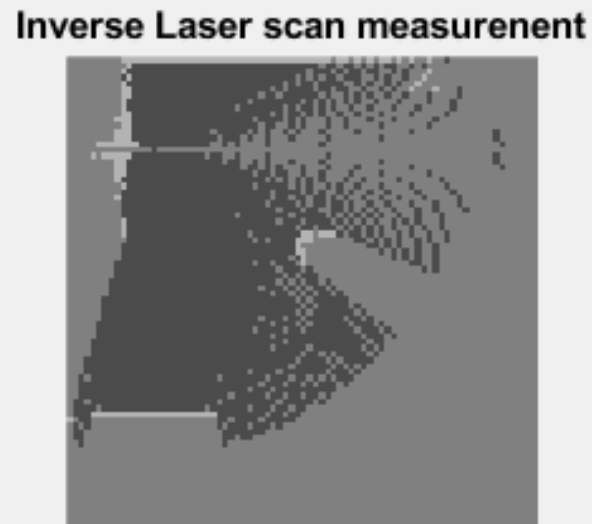
- Prawdopodobieństwo dla każdej cząstki jest wyznaczane jako dopasowanie dla jej pozycji i orientacji pomiaru skanera laserowego do rzeczywistego odczytu skanera laserowego:

$$w_k^i = p(x_{k-1}, M | y_{0:k-1}, u_{0:k-1}, x_0)$$

- Skuteczność metody zależy od liczby cząstek.

Sekwencyjny algorytm Monte Carlo

Inaczej: Filtr cząsteczkowy – 1000 cząstek





Adaptacyjny algorytm lokalizacji Monte Carlo (ang. *adaptive (or KLD-sampling) Monte Carlo localization, AMCL*)

- Uzyskanie dobrych rezultatów w początkowych fazach algorytmu wymaga bardzo dużej liczby cząstek, co przekłada się na zapotrzebowanie na moc obliczeniową algorytmu lokalizacji.
- Metoda KLD (*Kullback-Leiblera Distance*) pozwala na wyznaczenie błędu aproksymacji filtru cząsteczkowego.
- Pozwala ona na statystyczne podejście do zwiększenia skuteczności filtrów cząsteczkowych poprzez dostosowanie wielkości zestawów próbek.

$$n = \frac{1}{2\epsilon} \chi_{k-1,1-\delta}^2 \approx \frac{k-1}{2\epsilon} \left\{ 1 - \frac{2}{9(k-1)} + \sqrt{\frac{2}{9(k-1)}} z_{1-\delta} \right\}^3$$



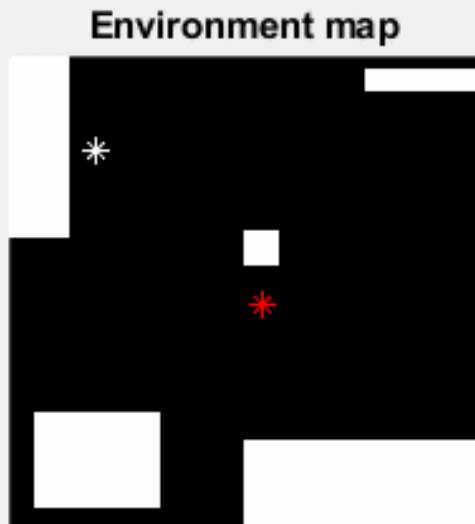
Algorytm *KLD-sampling*

Pseudokod algorytmu KLD-sampling	
	Wejście: $S_{t-1} = \{x_{t-1}^i, w_{t-1}^i i = 1 \dots n\}$, $u_t, z_t, \epsilon, \delta, \Delta$ Wyjście: S_t
1	$S_t = \{\emptyset\}, n = 0, k = 0, b = \{\emptyset\}$
2	Powtórz
3	Wygeneruj indeks $j(n)$ z dyskretnego rozkładu danego przez S_{t-1}
4	Wygeneruj próbkę x_t^n z $p(x_t x_{t-1}, u_t)$ wykorzystując $x_{t-1}^{j(n)}$
5	$w_t^n = p(z_t x_t^n)$
6	Dodaj próbkę x_t^n do S_t
7	Jeżeli x_t^n wpada do niezajętej komórki w b
8	$k = k + 1$
9	Dodaj próbkę do komórki w b czyniąc ją zajęta
10	Koniec jeżeli
11	$n = n + 1$
12	Dopóki $n < \frac{1}{2\epsilon} \chi_{k-1, 1-\delta}^2$
13	Znormalizuj wektor w_t w S_t

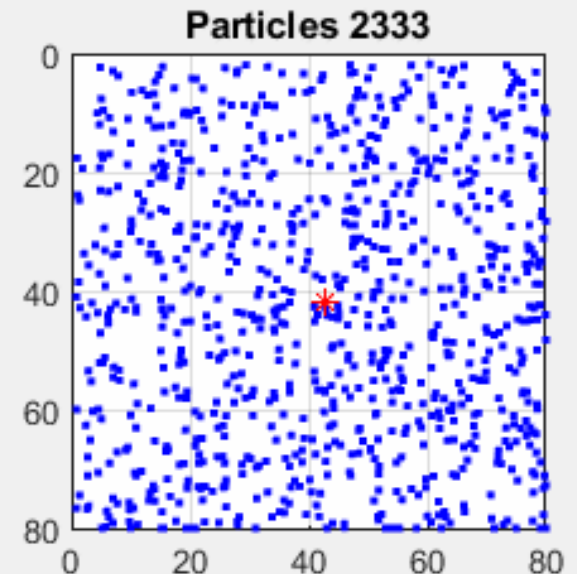
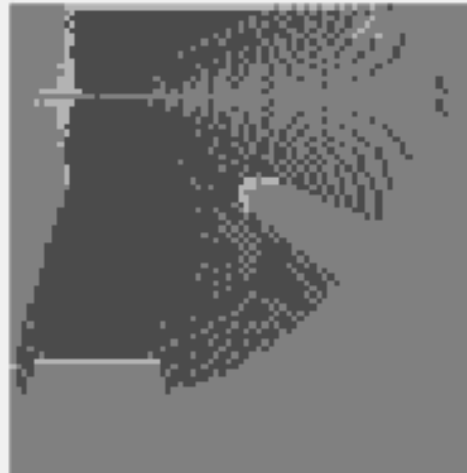
Adaptacyjny algorytm lokalizacji Monte Carlo (ang. *adaptive (or KLD-sampling) Monte Carlo localization, AMCL*)

Wariacja szumu procesu $V = 0.3$

Wariacja szumu pomiaru $W = 0.1$



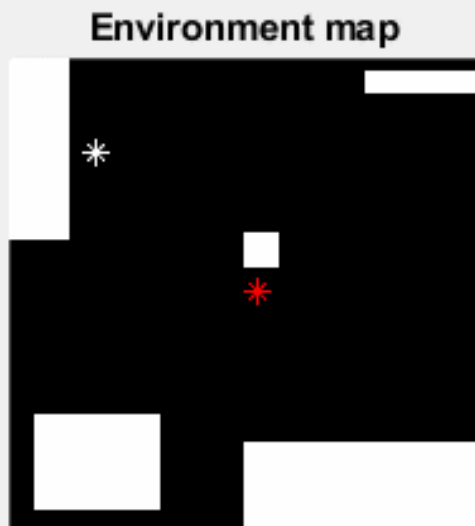
Inverse Laser scan measurement



Adaptacyjny algorytm lokalizacji Monte Carlo (ang. *adaptive (or KLD-sampling) Monte Carlo localization, AMCL*)

Wariacja szumu procesu $V = 0.6$

Wariacja szumu pomiaru $W = 0.2$



Inverse Laser scan measurement

