



UNIWERSYTET  
MIKOŁAJA KOPERNIKA  
W TORUNIU

Wydział Fizyki, Astronomii  
i Informatyki Stosowanej

# Podstawy Automatyki

## Wprowadzenie

dr inż. Rafał Szczepański

[www.umk.pl/~szczepi](http://www.umk.pl/~szczepi)

[szczepi@umk.pl](mailto:szczepi@umk.pl)

25.10.2024



## Plan prezentacji

Podstawowe pojęcia i problemy

Perspektywa historyczna

Przykłady układów

Elementy układów automatyki

Rodzaje układów regulacji automatycznej



# Podstawowe pojęcia i problemy

## Automatyka

- Dziedzina techniki, która zajmuje się zagadnieniami sterowania różnorodnymi procesami, głównie technologicznymi i przemysłowymi (zwykle bez udziału lub z ograniczonym udziałem człowieka)
- ang. *Automatic Control, Control Engineering*
- Naukowe podejście do automatyki – teoria sterowania



# Podstawowe pojęcia i problemy

## Sterowanie

- Celowe oddziaływanie (wpływanie) na przebieg procesu
- Układ automatyki (sterowania) – układ fizyczny realizujący zadanie sterowania
- Rodzaje:
  - ręczne
  - automatyczne
- Warianty:
  - W układzie otwartym (brak sprzężenia zwrotnego)
  - W układzie zamkniętym (sprzężenie zwrotne)



# Podstawowe pojęcia i problemy

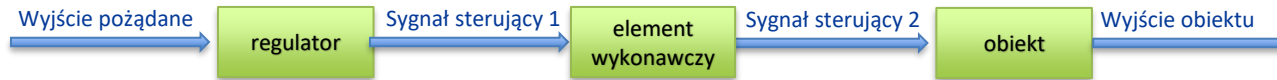
## Sterowanie ręczne vs. automatyczne

- **Sterowanie:** proces wpływania na istotne wielkości fizyczne (np. temperatura, prędkość) w taki sposób aby zachowywały się zgodnie z naszymi wymaganiami (przyjmowały stałą wartość lub zmieniały się w zaplanowany sposób)
- **Przykład:** prowadzenie samochodu – sterowania pojazdem (kierownicą) tak aby jechał po wyznaczonej drodze i dojechał (bezpiecznie) do miejsca przeznaczenia
- Prowadząc samochód realizujemy **sterowanie ręczne**. Jeżeli zaprojektujemy samochód jeżdżący bez kierowcy wówczas realizujemy **sterowanie automatyczne**.

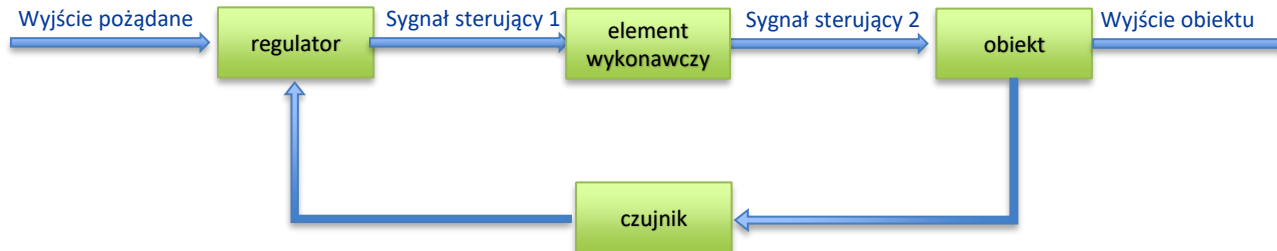
# Podstawowe pojęcia i problemy

## Układ otwarty vs. zamknięty

- Układ otwarty



- Układ zamknięty (sprzężenie zwrotne)





# Podstawowe pojęcia i problemy

## Cele układu sterowania

- **Regulacja:** termostat, prędkość obrotowa wału silnika
- **Śledzenie:** ruch robota, śledzenie samolotu przez artylerię przeciwlotniczą
- **Optymalizacja:** najlepszy skład mieszanki w celu uzyskania największej wydajności, największych oszczędności itp.



# Podstawowe pojęcia i problemy

## Regulacja automatyczna

- **Element układu regulacji automatycznej:** dowolna część układu regulacji, w której wyodrębnione są sygnały wejściowe i wyjściowe
- **Obiekt regulacji:** element układu regulacji automatycznej, którego funkcjonowanie ma mieć przebieg pożądany
- **Regulator:** element układu regulacji dobrany tak, aby wspólnie z obiektem spełniać zadane wymagania projektowe



# Podstawowe pojęcia i problemy

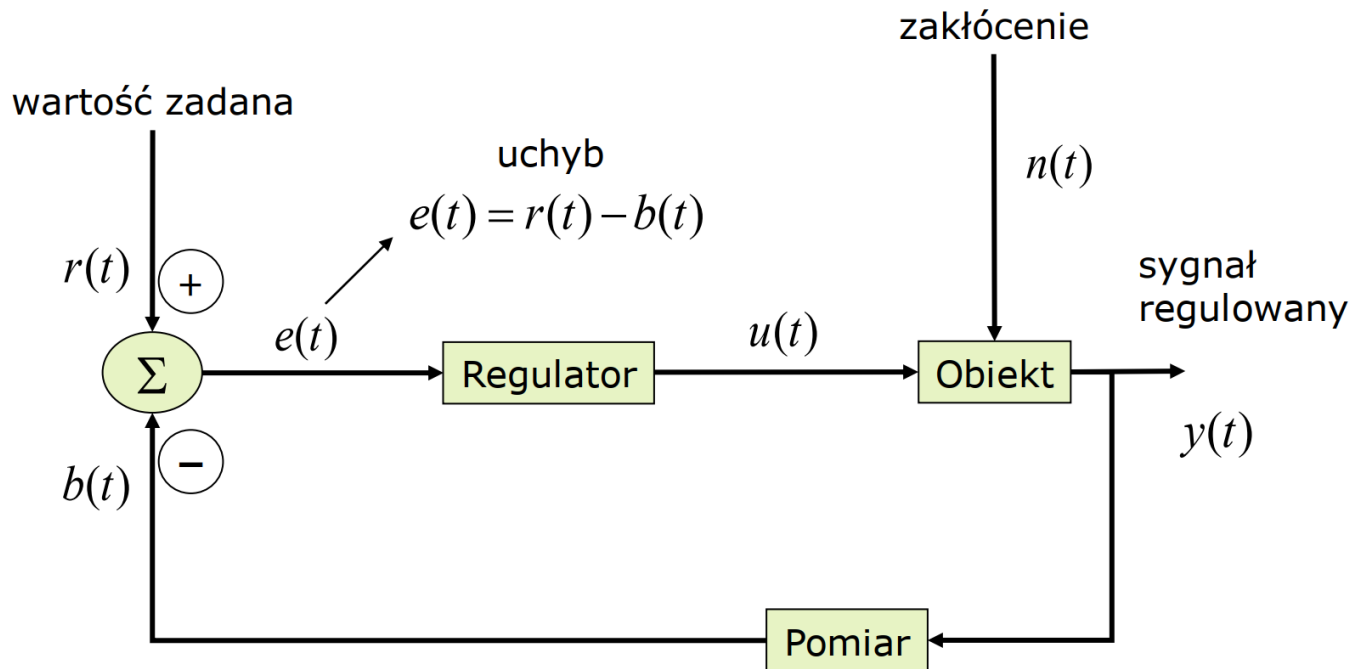
## Układ regulacji automatycznej

- Rodzaj układu sterowania
- Realizuje zadanie regulacji (sterowanie w układzie zamkniętym) w sposób automatyczny
- Układ ze **sprężeniem zwrotnym**, który samoczynnie (bez udziału człowieka) zapewnia pożądany przebieg wybranych wielkości charakteryzujących proces wielkości regulowanych)
- Składa się z regulatora i obiektu podlegającego regulacji objętych **pętlą sprzężenia zwrotnego**, które samoczynnie zapewnia pożądany przebieg wybranych wielkości charakteryzujących proces



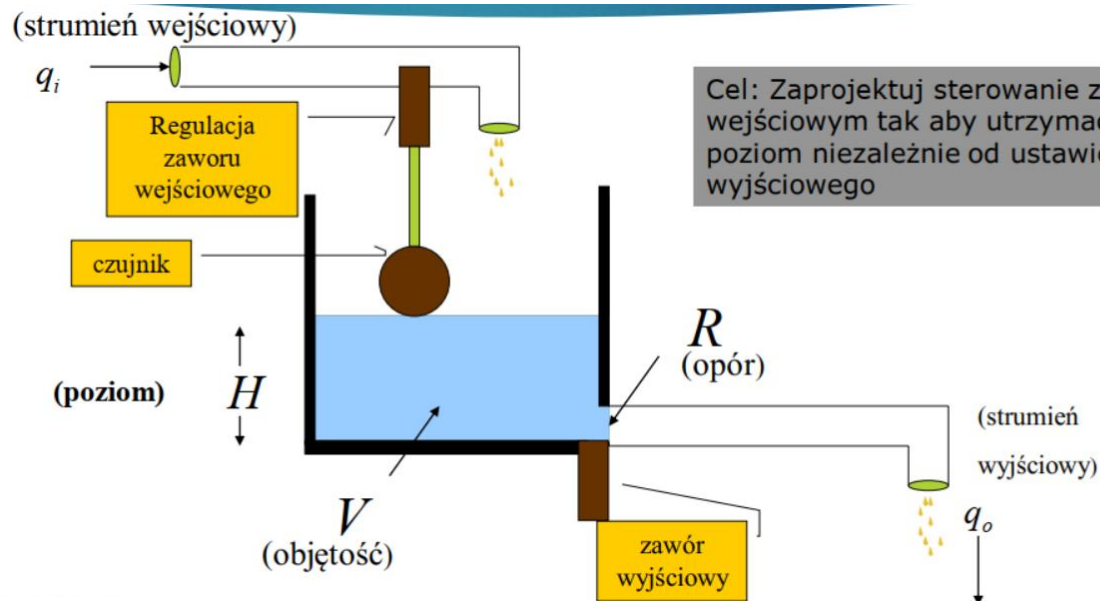
# Podstawowe pojęcia i problemy

## Układ regulacji automatycznej



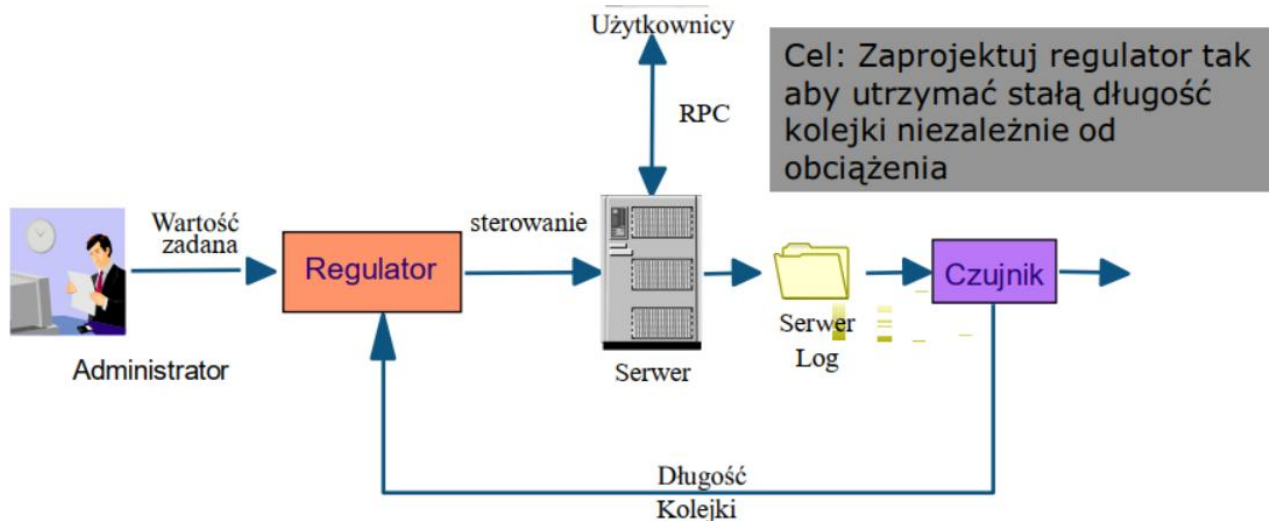
# Podstawowe pojęcia i problemy

## Przykład: Regulacja poziomu cieczy – low tech



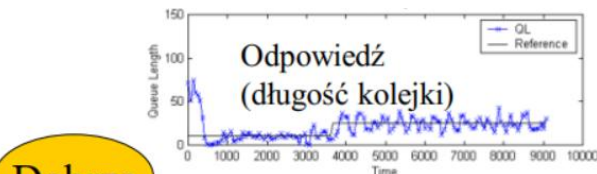
# Podstawowe pojęcia i problemy

## Przykład: Sterowanie dostępem do serwera – high tech

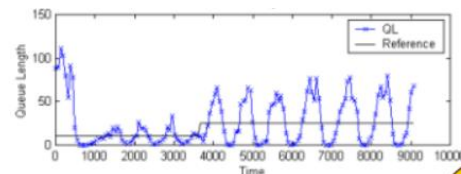
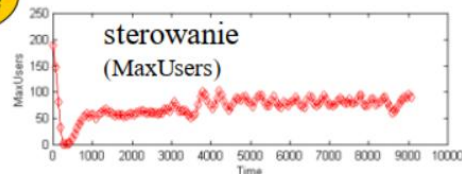


# Podstawowe pojęcia i problemy

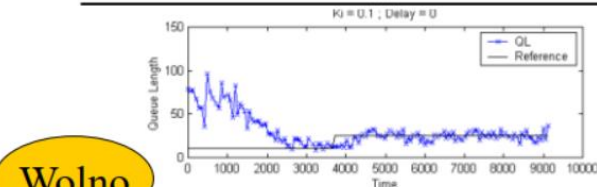
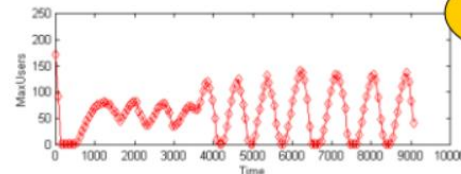
## Przykład: Sterowanie dostępem do serwera – high tech



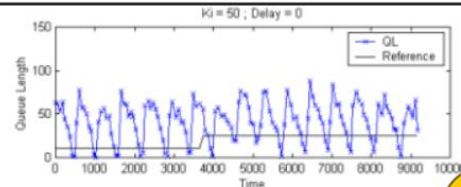
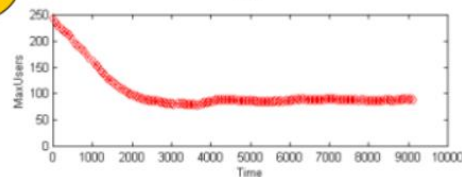
Dobrze



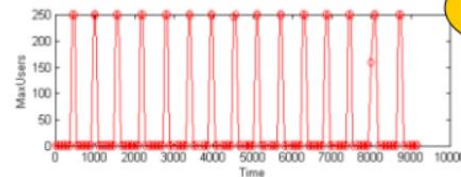
Źle



Wolno



Horror





# Podstawowe pojęcia i problemy

## Teoria sterowania

- Zrozumienie (modelowanie) i kształtowanie zachowania (sterowanie) elementów otaczającego środowiska (system) dla osiągnięcia założonego celu.
- Dziedzina interdyscyplinarna – elektronika, elektrotechnika, informatyka, telekomunikacja, aeronautyka, inżynieria chemiczna, robotyka (to wszystko -> automatyka), ale również biologia, medycyna, ekonomia, ekologia, politologia itp.



# Podstawowe pojęcia i problemy

## Teoria sterowania

- Systematyczne podejście do analizy i projektowania
  - Taksonomia podstawowych zasobów sterowania
  - Analiza częstotliwościowa i czasowa (ciągła, dyskretna)
  - Stany nieustalone
  - Wybór regulatora na podstawie pożądanej specyfikacji
- Przewidywanie odpowiedzi układu na zadane wymuszenie
  - Szybkość odpowiedzi (np. dopasowanie do zmian obciążenia)
  - Oscylacje (zmienność)
- Możliwość oceny stabilności



# Podstawowe pojęcia i problemy

## System

- Składa się z części składowych i ich wzajemnych powiązań dających w efekcie pożądany skutek
- W teorii sterowania badane są zależności przyczynowo-skutkowe pomiędzy elementami systemu (teoria sterowania i systemów)



# Podstawowe pojęcia i problemy

## Sygnały (wielkości)

- **Sygnał** – Przebieg w czasie dowolnej wielkości fizycznej
- **Sygnały** (wielkości) **wejściowe** lub **wymuszenia** charakteryzują oddziaływanie środowiska na układ
- **Wielkości sterujące** są celowo zmieniane dla uzyskania pożądanych zachowań układu
- **Wielkości zakłócające** (zakłócenia) podlegają zmianą przypadkowym
- **Sygnały** (wielkości) **wyjściowe** lub **odpowiedzi** charakteryzują oddziaływanie układu na środowisko



# Podstawowe pojęcia i problemy

## Stan układu

- **Stan układu** (aktualny, w danej chwili czasu) – najmniejszy liczebnie zbiór wielkości, których znajomość w chwili początkowej wraz ze znajomością wymuszeń od chwili początkowej do danej pozwala wyznaczyć aktualny stan i odpowiedź układu



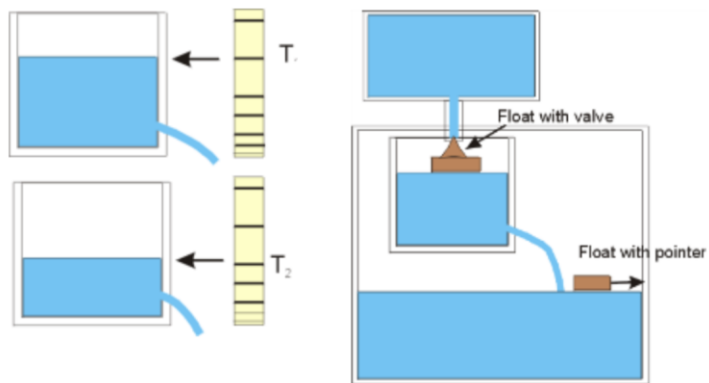
# Podstawowe pojęcia i problemy

## Zaawansowane problemy sterowania

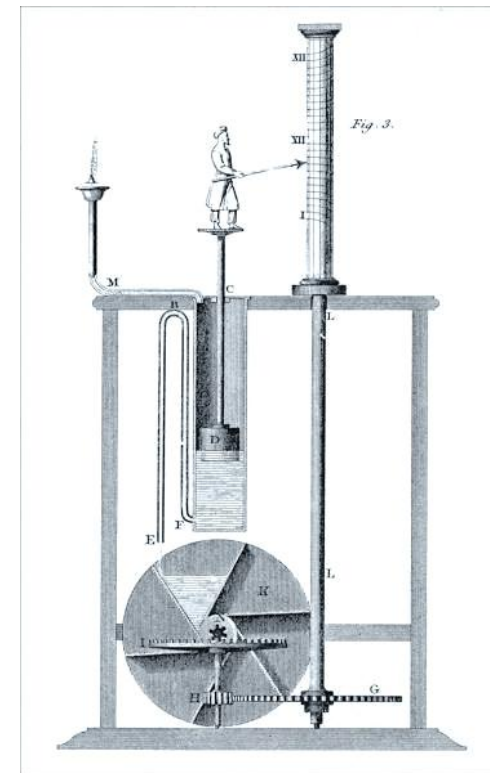
- **Sterowanie odporne („krzepkie”)**  
Czy system toleruje zmiany parametrów i/lub struktury?
- **Sterowanie adaptacyjne**  
Regulator zmienia się z upływem czasu (adaptacja)
- **Sterowanie wielowymiarowe (ang. MIMO Control)**  
Multiple Inputs Multiple Outputs
- **Sterowanie stochastyczne**  
regulator minimalizuje parametry statystyczne np. wariancję
- **Sterowanie optymalne**  
Regulator minimalizuje funkcję kosztów np. uchyb, energię
- **Sterowanie nieliniowe**  
Sterowanie neuro-fuzzy  
Uzyskanie wyników analitycznych - trudne

# Perspektywa historyczna

## Zegary wodne



- Czas mierzony przepływem wody
- Regulacja siły strumienia wody
- Ktesibios 285-222 p.n.e. grecki wynalazca



# Perspektywa historyczna

## Regulatory prędkości obrotowej

- Utrzymywanie stałej prędkości wału maszyny parowej
- Odśrodkowy regulator obrotów
- Pierwotnie stosowany w młynach
- Sterowanie przepustnicą
- Intensywnie rozwijany

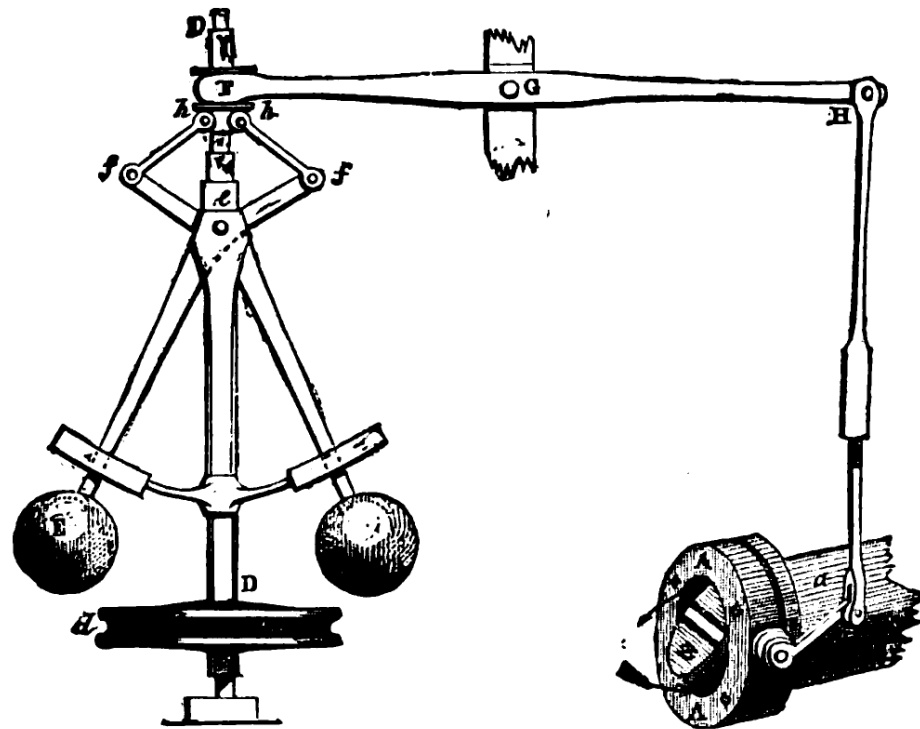


FIG. 4.—Governor and Throttle-Valve.



# Perspektywa historyczna

## Rozwój narzędzi matematycznych

- Głównie XIX w.
- Równania różniczkowe
- Rachunek różniczkowy i całkowy (**Newton, Leibnitz**)
- Analiza układów dynamicznych przy pomocy równań różniczkowych (**Lagrange, Hamilton**)
- Teoria stabilności, początki teorii sterowania (**Maxwell, Ruth, Hurwitz, Lapunow**)
- Zastosowanie przekształceń całkowych **Fouriera i Laplace'a**
- Rachunek operatorowy, transmitancja (**Heaviside**)



# Perspektywa historyczna

## Początek XX. wieku

- Regulatory na potrzeby militarne (prze I W. Ś.): sterowanie i nawizacja statkami i sterowanie działami
- Układy głównie pneumatyczne, hydrauliczne i mechaniczne
- 1912 – Nagroda nobla w dziedzinie fizyki za skonstruowanie regulatora wielkości płomienia i częstotliwości jego pulsacji w palnikach acetylenowych stosowanych w pławach (bojach) świetlnych i latarniach morskich – Nils Gustaf Dalen (nagroda kontrowersyjna, bo za wynalazek, a nie za osiągnięcie teoretyczne)



# Perspektywa historyczna

## Wiek XX – lata międzywojenne i II W. Ś.

- Rozwój układów elektrycznych
- Upowszechnienie koncepcji regulatora PID (najpopularniejszy do dziś)
- Rozwój wzmacniaczy (dzięki telefonii)
- Systemy autopilotów
- Rozwój serwomechanizmów (układów regulacji o wejściu elektrycznym i wyjściu mechanicznym)
- Metody projektowania układów regulacji bazujące na transmitancjach, schematach blokowych, analizie częstotliwościowej



# Perspektywa historyczna

## Wiek XX – okres po II W. Ś.

- Rozwój regulatorów przemysłowych
- Zastosowanie półprzewodników, mikroprocesorów
- Próbkowanie sygnałów (**Shannon**)
- Loty kosmiczne – impuls rozwojowy
- Sterowanie cyfrowe, zastosowanie komputerów
- Sterowniki PLC

# Przykłady układów

## Systemy produkcyjne

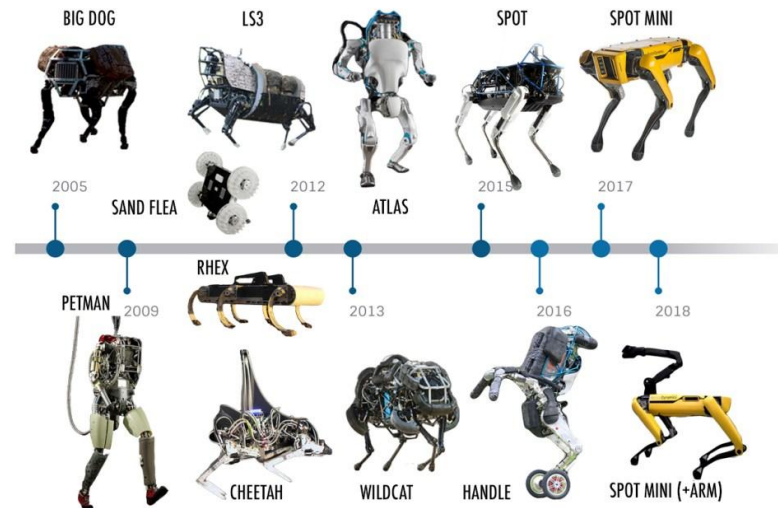


# Przykłady układów

## Robotyka mobilna



### BOSTON DYNAMICS



# Przykłady układów

## Transport lądowy



# Przykłady układów

## Lotnictwo



# Przykłady układów

## Aeronautyka





# Przykłady układów

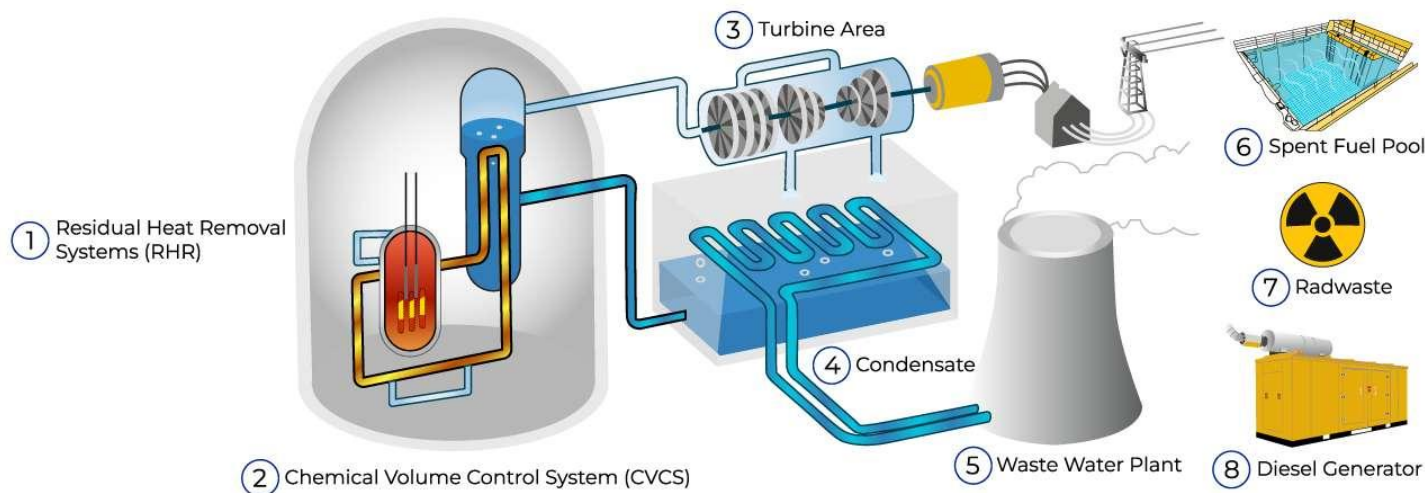
## Motoryzacja

- ABS – anti-lock braking system
- ESC – electronic stability control
- ACE – active cornering enhancement
- TCS – traction control system
- ACC – adaptive cruise control
- ANC – active noise control

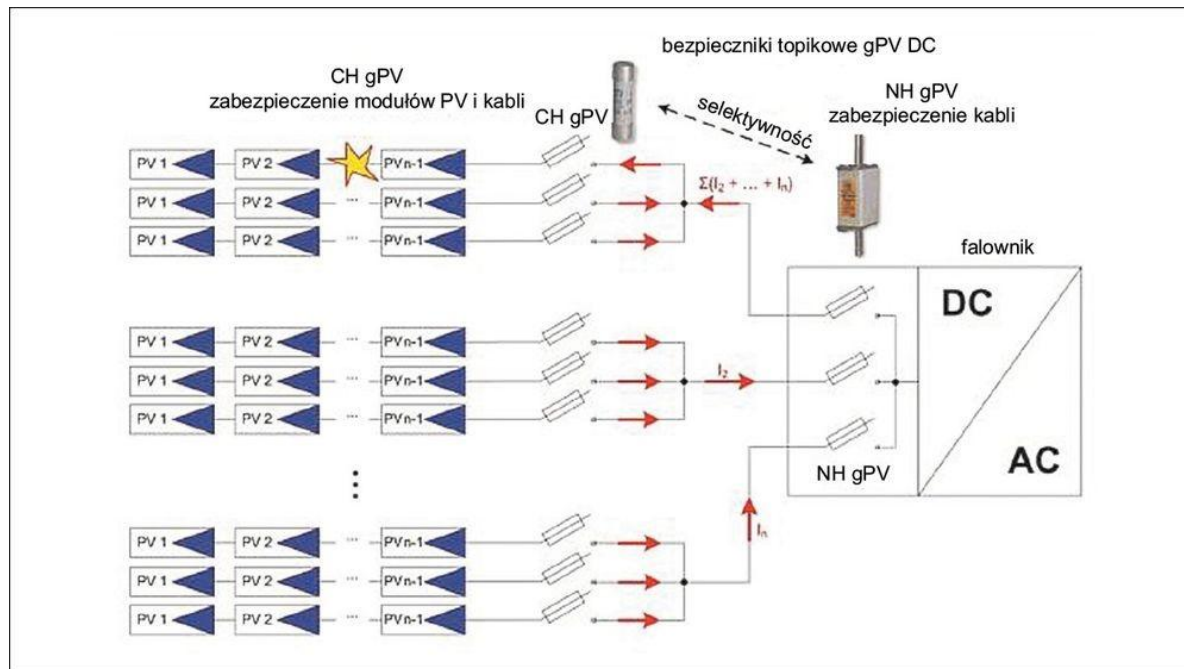


# Przykłady układów

## Inżynieria chemiczna



# Przykłady układów Energetyka





# Elementy układów automatyki

- Mechaniczne
- Hydrauliczne
- Pneumatyczne
- Elektryczne
- Elektroniczne
- Informatyczne



# Elementy układów automatyki

## Rodzaje elementów automatyki

- Pomiarowe
- Sterujące
- Wykonawcze



# Elementy układów automatyki

## Elementy pomiarowe

- Czujniki
  - zbliżeniowe, indukcyjne, optyczne
  - położenia
  - ciśnienia
  - temperatury
  - przepływu
  - ...
- Czytniki i kamery

# Elementy układów automatyki

## Czujniki





# Elementy układów automatyki

## Elementy sterujące

- Regulatory
- Sterowniki mikroprocesorowe (np. PLC)
- Komputery przemysłowe
- Panele operatorskie
- Systemy informatyczne złożone
  - CAM – computer-aided manufacturing
  - SCADA – supervisory control and data acquisition

# Elementy układów automatyki

## Sterowniki



# Elementy układów automatyki

## Komputery przemysłowe





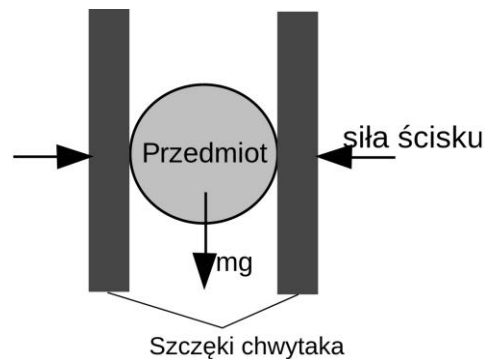
# Elementy układów automatyki

## Elementy wykonawcze

- Silniki (napędy) elektryczne
- Serwomechanizmy
- Napędy pneumatyczne
- Napędy hydrauliczne
- Zawory
- Chwytki

# Elementy układów automatyki

## Elementy wykonawcze



# Elementy układów automatyki

## Elementy pomocnicze

- Układy wejść/wyjść
- Sieci transmisji danych
- Układy zasilania





# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Układy dynamiczne liniowe i nieliniowe

- Układy **liniowe** są opisane operatorami liniowymi (równaniami algebraicznymi, różniczkowymi, różnicowymi, całkowymi)
- Układy **nieliniowe** są opisane operatorami nieliniowymi

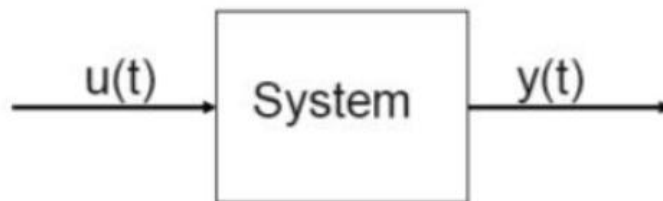
- Układy liniowe spełniają zasadę **superpozycji**: odpowiedź na wymuszenie: Będące kombinacją liniową wymuszeń  $u_1, u_2, \dots, u_m$  jest równa kombinacją liniowej odpowiedzi  $y_1, y_2, \dots, y_m$  przy czym  $y_i$  jest odpowiedzią układu na wymuszenie  $u_i$

$$u = \sum_{i=1}^m a_i u_i$$
$$y = \sum_{i=1}^m a_i y_i$$



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Zasada superpozycji



$$u(t) = u_1(t) \rightarrow y(t) = y_1(t)$$

$$u(t) = u_2(t) \rightarrow y(t) = y_2(t)$$

$$u(t) = k_1 u_1(t) + k_2 u_2(t) \rightarrow y(t) = k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$$



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg liczby wejść/wyjść

- Układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (**SISO** ang. *single input single output*)  
prostsze, takimi układami będziemy się zajmować
- Układy o wielu wejściach i wielu wyjściach (**MIMO** ang. *multiple inputs multiple outputs*)  
bardziej złożone



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg liczby zmiennych niezależnych

- Układy **jednowymiarowe** – operatory jednej zmiennej niezależnej, najczęściej czasu  
np.  $u(t)$ ,  $i(t)$ ,  $x(t)$
- Układy **wielowymiarowe** – więcej zmiennych niezależnych, na przykład czas i odległość: linia długa – napięcie i natężenie prądu zależą od czasu i odległości początku linii  
np.  $u(t,x)$ ,  $i(t,x)$



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg charakteru sygnałów

- Układy **ciągłe** – sygnały mają charakter ciągły – równania różniczkowe zwyczajne lub cząstkowe, czas ciągły
- Układy **dyskretne** – sygnały mają charakter dyskretny – równania różnicowe, czas dyskretny
- Układy **ciągło-dyskretne** – oba rodzaje sygnałów



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg zadania

- Układy regulacji stałowartościowej
- Układy regulacji programowej
- Układy regulacji nadążnej
- Układy regulacji ekstremalnej



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Układy regulacji stałowartościowej

- Inaczej: układy stabilizacji automatycznej
- Wielkość zadająca ma stałą wartość
- Np. Regulacja poziomu cieczy w zbiorniku



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Układy regulacji programowej

- Wielkość zadająca jest znaną z góry funkcją czasu
- Np. automatyczna obrabiarka wykonująca element o zadanym profilu



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Układy regulacji nadążnej

- Inaczej: układy nadążne lub śledzące
- Wielkość zadająca jest zmienna ale nie jest znaną funkcją czasu lecz zależy od zjawisk występujących na zewnątrz układu
- Wielkość regulowana nadąża za zmianami wartości zadającej
- Przykład: system sterowania artylerii przeciwlotniczej



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Układy regulacji ekstremalnej

- Wielkości regulowane przyjmują wartości ekstremalne – minimalne lub maksymalne
- Stosowane do obiektów o charakterystykach statycznych ekstremalnych tj. będących krzywymi o mającymi minima lub maksima
- Przykład: regulacja strumienia dopływu powietrza do komory spalania w celu uzyskania jak najwyższej temperatury



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg zmienności parametrów

- Układ **stacjonarny** – parametry są niezmiennie w czasie
- Układ **niestacjonarny** – parametry są zmienne w czasie



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg zdolności dopasowania

- Układy **adaptacyjne** – mają zdolność do samoczynnego dopasowania parametrów charakterystyk do zmieniających się właściwości obiektów i zakłóceń (np. autopilot)
- Układy **zwykłe** (nieadaptacyjne) – parametry ustawione „na sztywno”



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg kryterium jakości

- Układy **optymalne** – zapewniają optymalną (minimalną lub maksymalną) wartość wskaźnika jakości  $Q$
- Układy **nieoptymalne** – wskaźnik taki nie jest uwzględniany



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg sposobu realizacji sterowania

- Układy **jednowarstwowe** – pojedyncze regulatory
- Układy **wielowarstwowe** – kilka (min. 2) warstwy, poziomy regulacji, często trzy poziomy: stabilizacji, adaptacji (optymalizacji), koordynacji



# Rodzaje układów regulacji automatycznej

## Podział wg obecności czynników losowych

- Układy **stochastyczne** – układy, w których występują wielkości przypadkowe (losowe), szum losowy ze znanym rozkładem prawdopodobieństwa
- Układy **deterministyczne** – czynnik losowy (niepewność) nie występuje



# Aparat matematyczny

- Równania różniczkowe
- Liczby zespolone
- Sygnały (funkcje)
  - Sygnał sinusoidalny
  - Skok jednostkowy
  - Delta Diraca
- Transformacje:
  - Transformacje Laplace'a
  - Transformacje Fouriera
  - Transformacje Z



# Aparat matematyczny

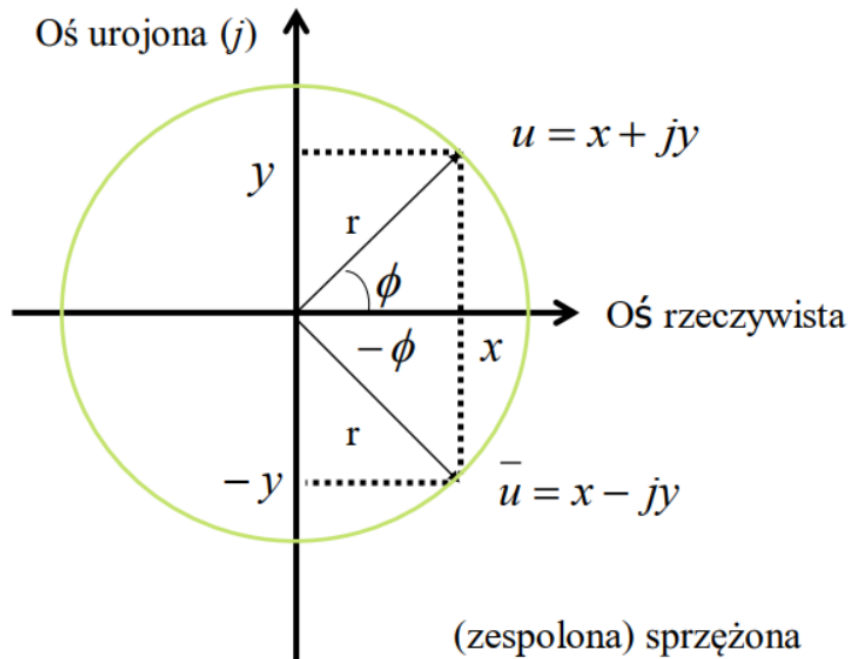
## Równania różniczkowe

- Opisują układy dynamiczne – a więc także i układy automatyki
- Całki – „zapamiętują historię”, wpływ wcześniejszych stanów układu
- Pochodne – pokazują kierunek zmian, „przewidują przyszłość”, predykcja kolejnego stanu



# Aparat matematyczny

## Płaszczyzna zespolona



argument (faza)

$$\angle u \equiv \phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{y}{x}$$

$$|u| \equiv r \equiv |\bar{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

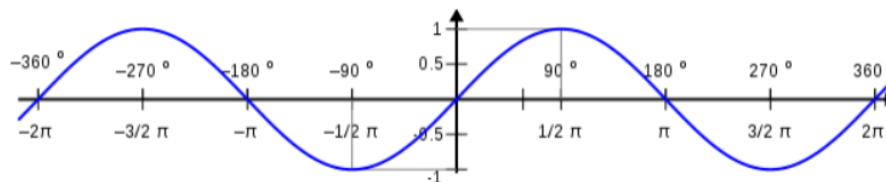
moduł



# Aparat matematyczny

## Sygnał sinusoidalny

- Najczęściej spotykany typ sygnału
- Dowolny sygnał może być rozłożony na składowe sinusoidalne o różnych częstotliwościach (pulsacjach), amplitudach i fazach – transformata Fouriera (podstawowa w przetwarzaniu sygnałów)

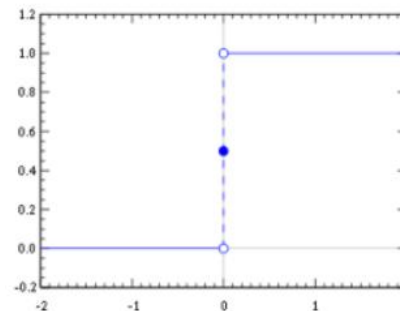




# Aparat matematyczny

## Skok jednostkowy i delta Diraca

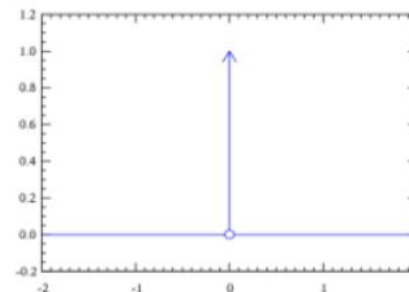
- Wykorzystanie do wyznaczania charakterystyk układów (badamy odpowiedzi układu na takie wymuszania)
- Skok jednostkowy – funkcja skokowa Heaviside'a
- Delta Diraca



$$1(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \geq 0 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \end{cases}$$

albo

$$1(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{dla } t = 0 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \end{cases}$$



$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{dla } t = 0 \\ 0 & \text{dla } t \neq 0 \end{cases}$$



# Aparat matematyczny

## Transformacja Laplace'a

$$\mathbf{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

- Zamienia funkcje i operacje w dziedzinie czasu na funkcje w dziedzinie częstotliwości  
 $f(t) \rightarrow F(s) \quad (t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{C})$
- Liniowe równania różniczkowe (LDE) – wyrażenia algebraiczne na płaszczyźnie zmiennej zespolonej



# Aparat matematyczny

## Własności transformacji

## Laplace'a

Liniowość

$$L[af_1(t) \pm bf_2(t)] = aF_1(s) \pm bF_2(s)$$

Pochodna

$$L\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = sF(s) - f(0\pm)$$

Calka

$$L\left[\int f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{1}{s}\left[\int f(t)dt\right]_{t=0\pm}$$

Splot

$$\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau = F_1(s)F_2(s)$$

---

tw. o wart. początkowej

$$f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

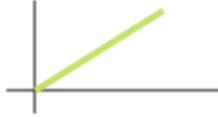
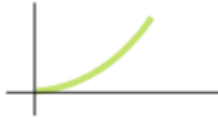
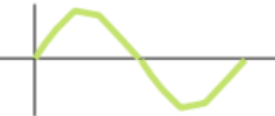
tw. o wart. końcowej

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$



# Aparat matematyczny

## Transformaty Laplace'a Podstawowych funkcji

| Nazwa            | $f(t)$                                                    |                                                                                      | $F(s)$                     |
|------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Impuls           | $f(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$ |   | 1                          |
| Skok jednostkowy | $f(t) = 1$                                                |   | $\frac{1}{s}$              |
| Liniowa          | $f(t) = t$                                                |   | $\frac{1}{s^2}$            |
| Wykładnicza      | $f(t) = e^{at}$                                           |   | $\frac{1}{s - a}$          |
| Sinus            | $f(t) = \sin(\omega t)$                                   |  | $\frac{1}{\omega^2 + s^2}$ |



# Aparat matematyczny

## Transformacja Fouriera

- Dziedzina częstotliwości
- Sygnał sinusoidalny
- Można uzyskać z transformaty Laplace'a podstawiając:  $s = j\omega$  (pulsacja  $\omega = 2\pi f$ )

- Wzór: 
$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

- Transformata odwrotna:

$$f(t) = \int_0^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

- Podstawowe narzędzie przetwarzania sygnałów!



# Aparat matematyczny

## Transformacja Z

- Sterowanie cyfrowe/dyskretne
- Przystosowane do systemów komputerowych
- Czas jest dyskretny
  - oznaczenie  $k$  zamiast  $t$
- Główne narzędzie z-transformata:

$$\mathbf{Z}[f(k)] = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$$

-  $f(k) \rightarrow F(z)$ , gdzie  $z$  jest zmienną zespoloną

- Analog transformaty Laplace'a dla dziedziny dyskretnej



## Aparat matematyczny

### Transformacja Z

| Nazwa       | $f(t)$                                                    | $F(s)$                     | $F(z)$                                  |
|-------------|-----------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------|
| Impuls      | $f(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$ | 1                          | 1                                       |
| Skok        | $f(t) = 1$                                                | $\frac{1}{s}$              | $\frac{z}{z-1}$                         |
| Liniowa     | $f(t) = t$                                                | $\frac{1}{s^2}$            | $\frac{z}{(z-1)^2}$                     |
| Wykładnicza | $f(t) = e^{at}$                                           | $\frac{1}{s-a}$            | $\frac{z}{z-e^a}$                       |
| Sinus       | $f(t) = \sin(\omega t)$                                   | $\frac{1}{\omega^2 + s^2}$ | $\frac{z \sin a}{z^2 - 2(\cos a)z + 1}$ |



# Kilka słów o modelowaniu układów

## Przejdźcie do modelowania

- Zasada działania
  - Oparte na znanych prawach działania  
np. Fizyka, teoria systemów kolejkowych
  - Trudne dla systemów złożonych
- Eksperymentalne (identyfikacja systemu)
  - Modele statystyczne/oparte na danych
  - Wymagają danych (zbiór uczący „training set”)



# Kilka słów o modelowaniu układów

## Transmitancja



- Definicja:

$$G(s) = Y(s) / U(s) \text{ dla zerowych warunków początkowych}$$

- Wiąże transformatę sygnału wyjściowego systemu z transformatą sygnału wejściowego
- Opisuje odpowiedź układu na impuls
- Dla układu dyskretnego – Transformata Z



## Kilka słów o modelowaniu układów

### Wymierne transformaty Laplace'a

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$$

$$A(s) = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0$$

$$B(s) = b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0$$

Bieguny:  $s^* \ni B(s^*) = 0$  ( $F(s^*) = \infty$ )

Zera:  $s^* \ni A(s^*) = 0$  ( $F(s^*) = 0$ )

Bieguny i zera są zespolone

Rząd systemu = # biegunów =  $n$



# Kilka słów o modelowaniu układów

## Co daje nam transformata Laplace'a

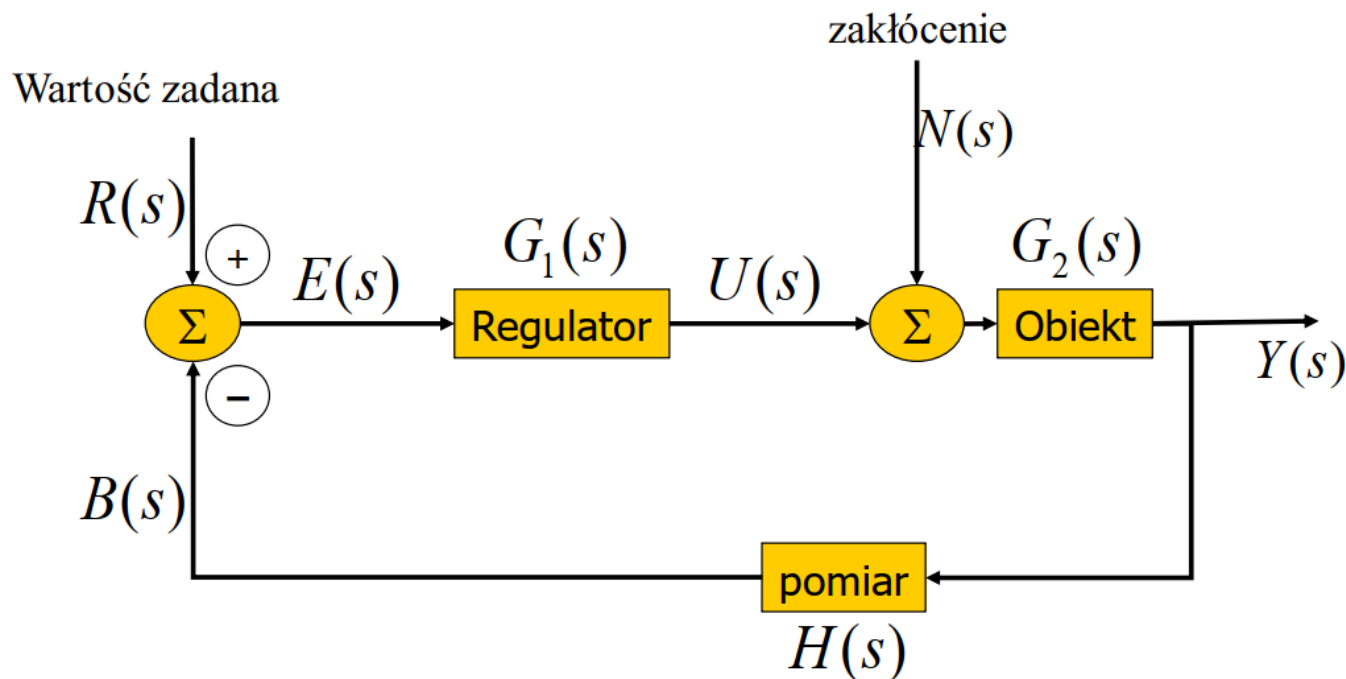
Co transformata  $F(s)$  mówi nam o  $f(t)$ ?

- Wartość  $f(0)$  – twierdzenie o wartości początkowej
- Czy  $f(t)$  zbiega się do skończonej wartości? – Bieguny  $F(s)$
- Czy  $f(t)$  ma charakter oscylacyjny? – Bieguny  $F(s)$
- Wartość  $f(t)$  w stanie ustalonym (jeżeli zbieżna) – granica  $F(s)$  dla  $s \rightarrow 0$



# Kilka słów o modelowaniu układów

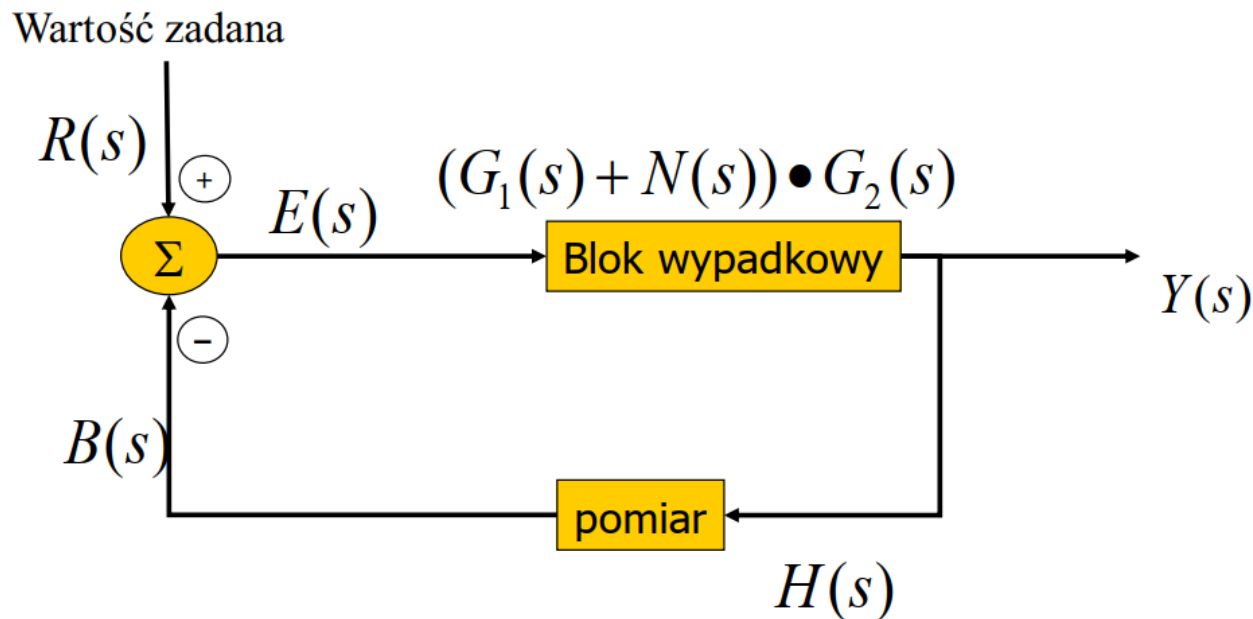
## Schematy blokowe





# Kilka słów o modelowaniu układów

## Składanie bloków



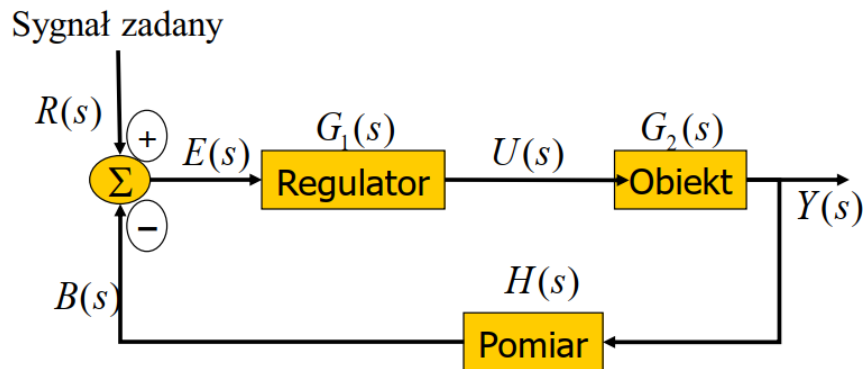


# Kilka słów o modelowaniu układów

## Podstawowe transmitancje

Open - Loop:  $\frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s)$

Feedback:  $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$



Feedforward:  $\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{Y(s)}{U(s)} \frac{U(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)$



# Kilka słów o modelowaniu układów

## Podstawowe sterowanie: $u(t)$

Proporcjonalne:  $u(t) = K_p e(t)$   $\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$

Calkowe:  $u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$   $\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$

Różniczkowe:  $u(t) = K_d \frac{d}{dt} e(t)$   $\frac{U(s)}{E(s)} = K_d s$



# Kilka słów o modelowaniu układów

## Efekty akcji sterujących

Akcja proporcjonalna (P – proportional)

- Zmienne wzmocnienie (wzmacniacz)

Akcja całkująca (I – integral)

- Eliminuje obciążenie (uchyby w stanie ustalonym)
- Może spowodować oscylacje

Akcja różniczkująca (D – differentia)

- Efektywne stanach nieustalonych
- Gwarantuje szybszą odpowiedź (większą czułość)
- Nie stosuje się samodzielnie



# Kilka słów o modelowaniu układów

## Podstawowe regulatory

Sterowanie proporcjonalne jest używane czasami (może pojawić się uchyb w stanie ustalonym, tj. różny od 0 w stanie ustalonym)

Sterowania całkujące i różniczkujące są używane tylko w połączeniu z proporcjonalnym:

- np. regulator PI (ang. Proportional-Integral)

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$