Andrzej Pietruszczak

Konspekt do wykładu z „Logiki I”*

(łącznie z 1 i 8 grudnia 2006)

Uzasadnianie zdań

Relację wynikania wykorzystujemy w definiowaniu różnych pojęć metodologicznych, takich jak: uzasadnianie sądów, weryfikacja (sprawdzanie) hipotez, czy wyjaśnianie zjawisk. Na początku zajmiemy się pierwszym z tych pojęć.

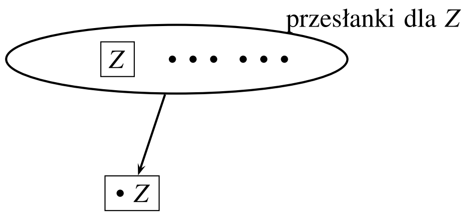
Uzasadnienie danego sądu to wykazanie jego prawdziwości, czyli podanie dowodu na to, że jest prawdziwy.

Wyróżniamy dwa rozdaje uzasadnień:
— bezpośrednie,
— pośrednie.

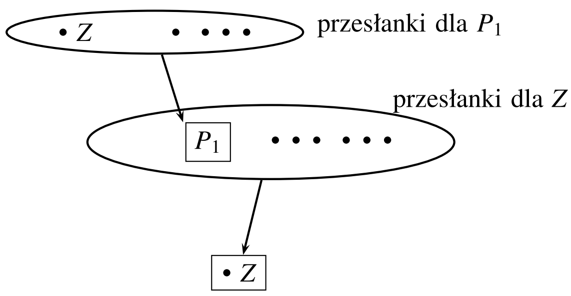
W uzasadnieniu bezpośrednim danego zdania chodzi o to, że nie odwołujemy się do innych sądów. Korzystamy z obserwacji, mierzenia, ważenia, spostrzeżenia, introspekcji itp.

W uzasadnieniu pośrednim danego zdania chodzi o to, że odwołujemy się do innych zdań (przesłanek), które są wcześniej uzasadnione (bezpośrednio bądź pośrednio).

W powyższej określeniu istotne jest to, że odwołujemy do innych zdań, wśród których nie ma uzasadnianego. W przeciwnym wypadku, uzasadniane zdanie musiałoby być już wcześniej uzasadnione, a te ostatnie pośrednie uzasadnienie byłoby zbędne, gdyż miałoby postać: „*jest tak a tak*, gdyż *jest tak a tak*”. Zatem nie może zachodzić sytuacja, którą przedstawia poniższy rysunek:



Ponadto, uzasadniając pośrednio dane zdanie nie możemy odwoływać się do przesłanki, do uzasadnienia której użyliśmy właśnie danego zdania. Przecież, nie można wówczas powiedzieć, że ta przesłanka była wcześniej uzasadniona od danego zdania. Gdy taka sytuacja ma miejsce, to mówimy, że mamy do czynienia z „błędnym kołem”. Ilustruje to poniższy rysunek, na którym Z przedstawia uzasadniane zdanie:



Wśród uzasadnień pośrednich wyróżniamy kilka rodzajów:
— przez analogię;
— indukcyjne,
— dedukcyjne.

Dwa pierwsze opiszemy teraz tylko lapidarnie.[1] Uzasadnienie przez analogię: uważamy, że jest tak a tak, bo w analogicznych sytuacjach było tak samo. Uzasadnienie indukcyjne: bierzemy pod uwagę pewien ogół podmiotów; zauważamy, że wszystkie do tej pory napotkane egzemplarze z tego ogółu mają pewną własność; wyciągamy stąd wniosek, że wszystkie przedmioty z rozpatrywanego ogółu mają tę własność. Oczywiście, w obu rodzajach uzasadniania nie mamy «stuprocentowej» gwarancji, że tak uzasadniany sąd jest prawdziwy.

Dedukcyjne uzasadnianie zdań. Dowodzenie zdań. Przykłady

Określenie

Zajmiemy się teraz dedukcyjnymi uzasadnieniami zdań. W tym rodzaju uzasadnień pośrednich prawdziwość zdań, do których się odwołujemy (przesłanek) ma «stuprocentowo» gwarantować prawdziwość badanego zdania, gdyż ma ono wynikać z przesłanek. Podamy teraz definicję uzasadnienia dedukcyjnego.

Definicja. Dane zdanie jest uzasadnione dedukcyjne wtedy i tylko wtedy, gdy znajdziemy dla niego grupę innych zdań, która spełnia następujące warunki:

(a) grupa składa się ze zdań wcześniej uzasadnionych (bezpośrednio bądź pośrednio),
(b) z tej grupy wynika dane zdanie.

O zdaniu, które jest dedukcyjnie uzasadnione mówimy również, że jest udowodnione (ma dowód).

Zatem czynność dedukcyjnego uzasadnienia danego zdania polega na znalezieniu pewnej grupy zdań (przesłanek) i przeprowadzeniu dla niej dwu rodzaju uzasadnień:

- pokazaniu, że wszystkie zdania w tej grupie są już uzasadnione,
- wykazaniu, że z tej grupy zdań wynika uzasadniane zdanie.

Oczywiście, do uzasadnień dedukcyjnych stosują się uwagi dotyczące wszystkich uzasadnień pośrednich, które podaliśmy na poprzedniej stronie. Ponadto wiać, że możemy popełnić dwa błędy przy dedukcyjnym uzasadnianiu danego zdania:

1. którąś z przyjętych przesłanek nie jest uzasadniona (chociaż my uważamy, że jest);
2. z przyjętych przesłanek nie wynika dane zdanie (chociaż my uważamy, że wynika).

Zauważmy, że w uzasadnieniu dedukcyjnym danego zdania korzystamy z podstawowej własności relacji wynikania:

(P) *prawdziwość wszystkich przesłanek daje gwarancję prawdziwości wniosku.*

Istotnie, mamy przecież do czynienia z przesłankami, które są wcześniej uzasadnione, czyli wolno uznać je za prawdziwe. A one gwarantują prawdziwość uzasadnianego sądu, skoro on z nich wynika.

Zauważmy, że w ogóle nie jest nam tu potrzebny warunek:

(F) *fałszywość przesłanek daje gwarancję fałszywości wniosku.*

Przecież przesłanki w uzasadnieniu są prawdziwe. Dlatego nie wymagamy, aby wynikanie spełniało warunek (F).

[1] Opiszemy je dalej dość dokładnie.

Przykłady

Podaną definicję zilustrujmy przykładami.

Przykład 1. Załóżmy, że Jan jest dowolnie wybranym mężczyzną, o którym nic nie wiemy (znany tylko jego imię). Czy z następujących zdań (przesłanek):

Jan jest poetą
Jan jest malarzem.

wynika poniższe zdanie (wniosek):

Jakiś poeta jest malarzem.

TAK! Wystarczy odpowiedzieć na pytanie: *Czy jest możliwe, aby jednocześnie Jan był poetą i malarzem, lecz nie było prawdą, że jakiś poeta jest malarzem?* Na to pytanie odpowiedź jest przecząca: NIE! Załóżmy, że Jan jest poetą i malarzem. Wówczas jakiś poeta (właśnie Jan) jest malarzem. Prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku, czyli wynika on z podanych przesłanek. □

Uwaga 1. Podane powyżej wynikanie w ogóle nie jest zależne od sensu słów 'poeta' i 'malarz' oraz od tego, że mówiliśmy o Janie (był on przecież dowolnie wybranym człowiekiem). Wynikanie oparte było wyłącznie na formie logicznej przesłanek i wniosku. Właśnie te formy logiczne to „formy poprawnego myślenia", o których wcześniej wspomnieliśmy na wykładzie. Aby otrzymać formę logiczną zastąpimy słowa 'poeta' i 'malarz' odpowiednio literami 'S' i 'M'. Litery te mają reprezentować dowolne wyrażenia językowe, które zgodnie z gramatyką języka polskiego mogą występować we wskazanych miejscach. Imię własne 'Jan' zastąpimy literą 'a'. Litera 'a' reprezentuje ona dowolne wyrażenie służące do oznaczenia pojedynczego obiektu. Otrzymujemy następujący schemat wynikania:

$$\begin{array}{c} a \text{ jest S-em} \\ a \text{ jest M-em} \\ \hline \text{Jakiś S jest M-em} \end{array} \downarrow$$

Z tych dwóch przesłanek wynika wniosek. Załóżmy, że obie przesłanki są prawdziwe, czyli a jest S-em i M-em. Wtedy jakiś S (właśnie obiekt a) jest M-em. □

Przykład 2. Czy podany w przykładzie 1 wniosek ('Jakiś poeta jest malarzem') jest udowodniony przez grupę złożoną z podanych tam przesłanek ('Jan jest poetą' i 'Jan jest malarzem')?

Nie! Aby mieć dowód wniosku, przesłanki, na których się opieramy muszą być wcześniej uzasadnione. (Te nie są, gdyż o Janie nic nie wiemy. Jan może nie być poetą; Jan może nie być malarzem; albo nie być jednym i drugim.)

(b) Wiemy jednak, że wniosek ('Jakiś poeta jest malarzem') jest prawdziwy. Mianowicie, potrafimy go uzasadnić dedukcyjnie. Wystarczy w miejsce 'Jan' wpisać np. 'Wyspiański'. Otrzymujemy dwa prawdziwe zdania:

Wyspiański jest poetą.
Wyspiański jest malarzem.

Uzasadnienie ich prawdziwości daje nam historia literatury i historia sztuki.

Z ostatnich dwóch zdań wynika badany wniosek według podanego schematu w uwadze 1. Zatem wniosek jest uzasadniony dedukcyjnie przez zdania o Wyspiańskim. □

Przykłady mają podkreślić, że samego wynikania wniosku z przesłanek nie należy mylić z dowodem prawdziwości wniosku. Aby mieć taki dowód musimy mieć jeszcze udowodnioną prawdziwość przesłanek.

Zadanie 1. Podaj grupę zdań, która dedukcyjnie uzasadnia poniższe zdanie:

Jakiś dramatopisarz jest malarzem.

Rozwiązanie. Z historii literatury i z historii sztuki wiemy, że

Wyspiański jest dramatopisarzem
Wyspiański jest malarzem.

Z powyższych zdań wynika uzasadniane zdanie według podanego schematu w uwadze 1. Zatem wniosek jest uzasadniony dedukcyjnie przez podane zdania.

Można podać również drugą grupę zdań, która dedukcyjne uzasadnia badane zdanie. Wystarczy w przesłankach w miejsce Wyspiańskiego wziąć Witkacego, tj. Stanisława Ignacego Witkiewicza. Z historii literatury i sztuki wiemy, że jest on dramatopisarzem i malarzem.[2] □

Zadanie 2. (a) Podaj grupę zdań, która dedukcyjnie uzasadnia poniższe zdanie:

Jakiś logik jest malarzem.

(b) Czy powyższe zdanie wynika z dwóch poniższych:

Andrzej jest logikiem
Andrzej jest malarzem.

(c) Czy ostatnie dwie przesłanki możesz uznać za dedukcyjne uzasadnienie wniosku, gdy wiesz, że Andrzej nie jest malarzem?

Rozwiązanie. (a) Z historii logiki i z historii sztuki wiemy, że

Leon Chwistek jest logikiem
Leon Chwistek jest malarzem.

Z powyższych zdań wynika uzasadniane zdanie według podanego schematu w uwadze 1. Zatem wniosek jest uzasadniony dedukcyjnie przez podane zdania.

(b) Tak. Z podanych przesłanek wynika wniosek według tego samego schematu, co w (a).

(c) Nie. Aby uzasadnić zdanie trzeba podać uzasadnione przesłanki. □

Przykład 3. (a) Podaj przesłanki, które dedukcyjnie uzasadniają następujące zdanie:

Żaden wieloryb nie jest rybą.

Skoro jest to prawdą, to widocznie nazwa 'wieloryb' została wprowadzona jeszcze przed poznaniem życia wielorybów. Z ich obserwacji wiemy przecież, że

Każdy wieloryb jest ssakiem.

Ponadto, z podziałów przyjętych w biologii (systematyki) otrzymujemy:

Żaden ssak nie jest rybą.

Teraz zauważmy, że zachodzi wynikanie:

$$\begin{array}{c} \text{Każdy wieloryb jest ssamiem} \\ \text{Żaden ssak nie jest rybą} \\ \hline \therefore \text{Żaden wieloryb nie jest rybą} \end{array} \downarrow$$

Ponieważ wniosek jest zdaniem ogólnym o wszystkich wielorybach, więc wybieramy dowolnego z nich i oznaczamy go przez 'x'. Zatem x jest wielorybem (nie zakładamy niczego więcej o x-ie; abstrahujemy od innych jego cech). Na podstawie pierwszej przesłanki wiemy, że x jest ssakiem. Stąd, na podstawie drugiej przesłanki, otrzymujemy że x nie jest rybą. Skoro x był dowolnie wybranym wielorybem (tzn. nic innego nie zakładaliśmy o x-ie; abstrahujemy od innych cech x-a), więc nasz wynik możemy uogólnić na wszystkie wieloryby. Otrzymujemy: Żaden wieloryb nie jest rybą. Wykazaliśmy więc, że prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku. □

[2] Oczywiście, do uzasadnienia zdania 'Jakiś dramatopisarz jest malarzem' wystarczy jedna grupa zdań. Chcemy tylko pokazać, że dane zdanie mogą uzasadniać różne grupy zdań.

Uwaga 2. Wynikanie wykorzystane w przykładzie 3 przebiega według poniższego schematu:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Każdy S jest M-em}\\ \text{Żaden M nie jest P-em}\end{array}}{\text{Żaden S nie jest P-em}}\downarrow$$

Pokażemy, że zachodzenie wynikania według tego schematu wykazujemy identycznie jak w przykładzie 3. W miejsce nazw wstawiamy reprezentujące je litery.

Zakładamy, że obie przesłanki są prawdziwe, tzn. że każdy S jest M-em oraz żaden M nie jest P-em. Mamy wykazać, że wówczas prawdziwy jest wniosek: Żaden S nie jest P-em. W tym celu wybieramy dowolnego S-a i oznaczamy go za pomocą litery 'x'. Od tego momentu wiemy, że x jest S-em. Nie będziemy korzystać z innych założeń o x-ie (abstrahujemy od innych cech x-a). Na mocy założenia, skoro każdy S jest M-em, a x jest S-em, więc otrzymujemy, że x jest także M-em. Założyliśmy jednak również, że żaden M nie jest P-em. Stąd i z tego, że x jest M-em otrzymujemy, że x nie jest P-em. Skoro x był dowolnie wybranym S-em, więc nasz wynik możemy uogólnić na wszystkie S-y. Otrzymujemy: żaden S nie jest P-em. Wykazaliśmy więc, prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku. □

Pewien slogan o dedukcji

Niekiedy wypowiada się następujący slogan:

„Dedukcja prowadzi od ogółu do szczegółu".

Słowo 'dedukcja' może tu odnosić się zarówno do rozumowań poprawnych dedukcyjnie (czyli opartych na relacji wynikania), jak i do uzasadnienia dedukcyjnego, opartego na wynikaniu. Zupełnie błędnym rozumieniem tego sloganu jest traktowanie go w ten sposób, iż jakby chodziło w nim o to, że co najmniej jedna z przesłanek ma być ogólna, a wniosek szczegółowy. Istotnie, poprzednio rozpatrywaliśmy następujące uzasadnienia dedukcyjne:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Wyspiański jest dramatopisarzem}\\ \text{Wyspiański jest malarzem}\end{array}}{\therefore\ \text{Jakiś dramatopisarz jest malarzem}}\downarrow \qquad \frac{\begin{array}{c}\text{Każdy wieloryb jest ssakiem}\\ \text{Żaden ssak nie jest rybą}\end{array}}{\therefore\ \text{Żaden wieloryb nie jest rybą}}\downarrow$$

Przecież w pierwszym nie w ogóle ogólnych przesłanek, a w drugim nie ma szczegółowego wniosku.

Zastanówmy się jak należy właściwie interpretować podany slogan o dedukcji. Pokażemy też, że nawet przy tej interpretacji, w ogólnym przypadku slogan ten nie jest poprawny.

Na odpowiednich przykładach pokażemy, że chodzi tu o wyciąganie szczegółowych informacji na dany temat z bardziej ogólnych zawartych w przesłankach.

Na początek zauważmy, że przy wynikaniu: *miara informacji zawartej we wniosku nie może być większa od miary informacji niesionej przez przesłanki*. Formalnie:

$$\mathrm{I}(\text{przesłanki}) \geqslant \mathrm{I}(\text{wniosek}),$$

gdzie I jest miarą informacji określoną wzorem:

$$\mathrm{I}(Z) = \log_2 \frac{1}{\mathrm{P}(Z)}$$

gdzie $\mathrm{P}(Z)$ to prawdopodobieństwo zdarzenia opisywanego przez zdanie Z.

Istotnie, jeśli z przesłanek wynika wniosek, to nie jest możliwe, aby jednocześnie wszystkie przesłanki były prawdziwe, a wniosek nie był. Zatem zbiór możliwości sprzyjających prawdziwości przesłanek zawarty jest (dopuszczamy tu równość) w zbiorze możliwości, które sprzyjają prawdziwości wniosku. Innymi słowy, prawdopodobieństwo zajścia przesłanek jest mniejsze lub równe prawdopodobieństwu zajścia wniosku. Formalnie: P(przesłanki) $\leqslant$ P(wniosek). Stąd (o ile nie dzielimy przez 0) otrzymujemy: $\frac{1}{\mathrm{P(przesłanki)}} \geqslant \frac{1}{\mathrm{P(wniosek)}}$. Zatem — skoro funkcja logarytmiczna jest rosnąca — mamy też: $\mathrm{I(przesłanki)} = \log_2 \frac{1}{\mathrm{P(przesłanki)}} \geqslant \log_2 \frac{1}{\mathrm{P(wniosek)}} = \mathrm{I(wniosek)}$, czyli otrzymamy podaną zależność dla miar informacji.

Slogan można jednak rozumieć następująco: wniosek wydobywa pewne szczegóły, które są uwikłane w różne informacje zawarte w przesłankach. Innymi słowy, wniosek «wysupłuje» z przesłanek pełną (maksymalną) informację na temat tego o czym jest mowa we wniosku.[3]

Rozważmy następujący, klasyczny przykład uzasadnienia dedukcyjnego:

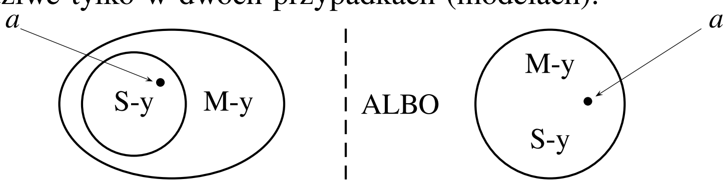
$$\begin{array}{c} \text{Każdy człowiek jest śmiertrlny} \\ \text{Sokrates jest człowiekiem} \\ \hline \therefore\ \text{Sokrates jest śmiertelny} \end{array} \downarrow$$

Spełnia ono «naiwną» interpretację sloganu: ma ogólną przesłankę i szczegółowy wniosek.

To, czy w ostatnim przypadku przesłanki są prawdziwe, nie jest istotne dla dalszych naszych rozważań. Istotne jest tu tylko to, iż zachodzi wynikanie, które przebiega według następującego schematu[4]:

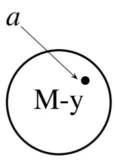
$$\begin{array}{c} \text{Każde S jest M-em} \\ a \text{ jest S-em} \\ \hline a \text{ jest M-em} \end{array} \downarrow$$

Zachodzenie wynikania można przedstawić w następujący sposób. Obie przesłanki są jednocześnie prawdziwe tylko w dwóch przypadkach (modelach):



W obu tych przypadkach wniosek jest także prawdziwy. Stąd nie jest możliwe, aby przesłanki były prawdziwe, a wniosek nie był. Zatem prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

Przesłanki przestawiają więc informację, że zachodzi jeden z dwóch alternatywnych przypadków z powyższego rysunku. Jeśli na tych rysunkach pominiemy S-y, to otrzymujemy tylko jeden przypadek:



Jest to zaś jedyny model, w którym prawdziwy jest wniosek. Zatem wniosek wydobywa («wysupłuje») z przesłanek maksymalną szczegółową informację dotyczącą tylko obiektu *a* oraz S-ów.

Jako drugi przykład rozpatrzmy analizowany już w uwadze 2 poniższy schemat wynikania:

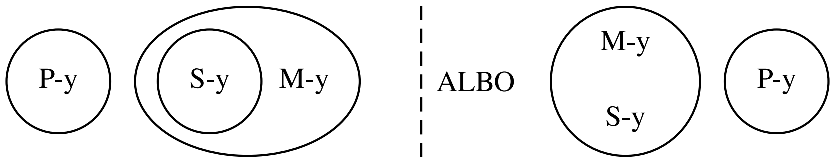
$$\begin{array}{c} \text{Każdy S jest M-em} \\ \text{Żaden M nie jest P-em} \\ \hline \text{Żaden S nie jest P-em} \end{array} \downarrow$$

To, że zachodzi wynikanie można także pokazać za pomocą modeli, w których prawdziwe są obie przesłanki. Są dwa takie modele:

---

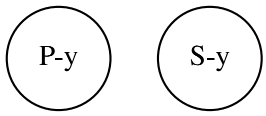
[3] Wzorcem literackim jest tu Sherlock Holmes, który «wysupłuje» potrzebne mu informacje «uwikłane» w jakiś ogół informacji.

[4] Odnośnie schematów, zobacz uwagę 1.



W obu tych przypadkach wniosek jest także prawdziwy. Stąd nie jest możliwe, aby przesłanki były prawdziwe, a wniosek nie był. Zatem prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

Przesłanki przestawiają więc informację, że zachodzi jeden z dwóch alternatywnych przypadków przedstawionych na powyższym rysunku. Jeśli na tych rysunkach pominiemy M-y, to otrzymujemy tylko jeden przypadek:

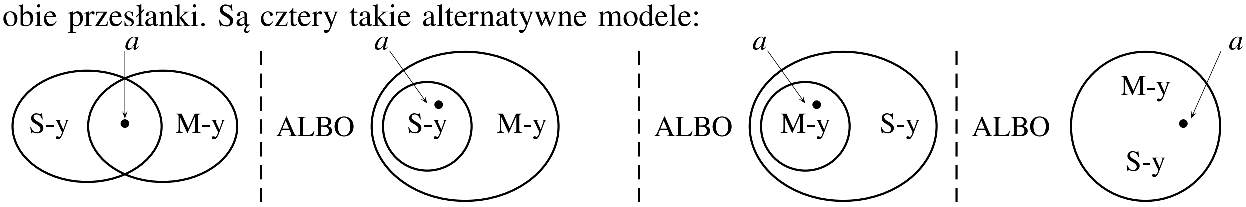


Jest to zaś jedyny model, w którym prawdziwy jest wniosek. Zatem wniosek wydobywa («wysupłuje») z przesłanek maksymalną szczegółową informację dotyczącą tylko S-ów oraz P-ów.

Na koniec pokażmy trzeci przykład dotyczący wynikania przebiegającego według z schematu z uwagi 1:

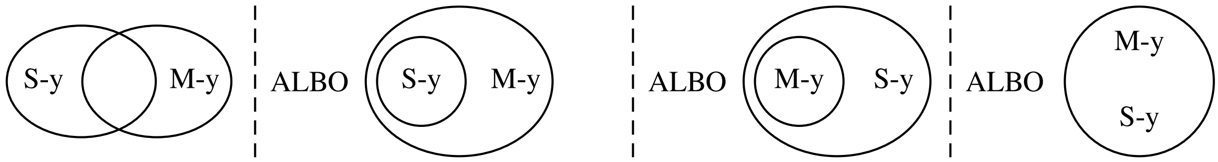
$$\frac{\begin{array}{c}a \text{ jest S-em}\\ a \text{ jest M-em}\end{array}}{\text{Jakiś S jest M-em}}\downarrow$$

To, że zachodzi wynikanie można także pokazać za pomocą modeli, w których prawdziwe są obie przesłanki. Są cztery takie alternatywne modele:



We wszystkich czterech przypadkach wniosek jest także prawdziwy. Stąd nie jest możliwe, aby przesłanki były prawdziwe, a wniosek nie był. Zatem prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

Przesłanki przestawiają więc informację, że zachodzi jeden z czterech alternatywnych przypadków z powyższego rysunku. Jeśli w tych przypadkach pominiemy obiekt *a*, to otrzymujemy:



Te cztery przypadki przestawiają nam alternatywną informację zawartą we wniosku ‘Jakieś S jest M-em’. Zatem wniosek wydobywa («wysupłuje») z przesłanek maksymalną szczegółową informację dotyczącą tylko S-ów oraz M-ów.

To były przykłady na poparcie podanej interpretacji sloganu. Niestety dedukcja, z którą możemy mieć do czynienia, nie musi mieć tej własności, iż wniosek wydobywa z przesłanek pełną informację na temat „jednostek sensu” występujących we wniosku.

Pokażemy to na kilku przykładach. Oto pierwszy z nich:

$$\frac{\begin{array}{c}a \text{ jest S-em}\\ a \text{ jest M-em}\end{array}}{a \text{ jest S i/lub M-em}}\downarrow$$

We wniosku jest mowa, że *a* ma co najmniej jedno z dwóch własności. Istotnie, jeśli *a* ma obie własności S i M, to ma także co najmniej jedną z nich. Zatem zachodzi wynikanie. Oczywiste jest, że na temat występujących we wniosku „jednostek sensu" (*a*, S i M), wniosek przekazuje istotnie mniejszą informacje niż przesłanki.

Wynikanie widać także na rozpatrywanych ostatnio czterech alternatywnych modelach, w których prawdziwe są przesłanki. We wszystkich tych modelach prawdziwy jest także wniosek, lecz wniosek jest prawdziwy także w innych alternatywnych modelach dotyczących występujących w nim „jednostek sensu". Czyli daje o nich mniejszą informację niż przesłanki.

W ostatnim przykładzie dla wynikania wystarczała tylko jedna przesłanka. Mamy

$$\frac{a \text{ jest S-em}}{a \text{ jest S i/lub M-em}}\downarrow \qquad \frac{a \text{ jest M-em}}{a \text{ jest S i/lub M-em}}\downarrow$$

Istotnie, jeśli *a* ma własność S, to ma co najmniej jedną z własności S i M.[5] Zatem zachodzi wynikanie. Oczywiste jest, że na temat obiektu *a* i S-ów wniosek przekazuje mniejszą informację niż przesłanka, a ponadto dotyczy M-ów, o których nie ma mowy w przesłance.

Poprzedni przykład pokazuje, że z zachowywaniem informacji przez wynikanie może być «jeszcze gorzej». Oto taki przykład:

$$\frac{\begin{array}{c} a \text{ jest S-em} \\ a \text{ nie jest M-em} \end{array}}{a \text{ jest S i/lub M-em}}\downarrow$$

Istotnie, jeśli *a* ma własności S (oraz nie ma własności M), to ma co najmniej jedną z własności S i M. Zatem zachodzi wynikanie. Oczywiste jest, że na temat obiektu *a* i S-ów wniosek przekazuje mniejszą informację niż przesłanki, a na temat P-ów wniosek mówi coś, co jest niejako sprzeczne z informacją z drugiej przesłanki.

Trzy ostatnie przykłady mają swoje źródło w ogólniejszych schematach wynikania dotyczących bezpośrednio zdań (litery ‘p’ i ‘q’ reprezentują dowolne zdania logiczne; obok podajemy zapis symboliczny):

$$\frac{\text{p i q}}{\text{p i/lub q}}\downarrow \qquad \frac{p \land q}{p \lor q}\downarrow$$

Istotnie, jeśli prawdziwe są oba zdania p i q (prawdziwa jest ich koniunkcja), to prawdziwe jest także co najmniej jedno z nich (prawdziwa jest ich alternatywa niewykluczająca). Zatem zachodzi wynikanie. Oczywiste jest, że na temat występujących we wniosku „jednostek sensu" (p i q), wniosek przekazuje istotnie mniejszą informacje niż przesłanka.

W ostatnim przykładzie dla wynikania wystarczała tylko jedna przesłanka. Mamy

$$\frac{\text{p}}{\text{p i/lub q}}\downarrow \qquad \frac{p}{p \lor q}\downarrow$$

Istotnie, prawdziwe jest zdanie p, to prawdziwe jest także co najmniej jedno ze zdań p i q (prawdziwa jest ich alternatywa niewykluczająca).[6] Zatem zachodzi wynikanie. Oczywiste jest, że na temat zdania p wniosek przekazuje mniejszą informacje niż przesłanka, a ponadto wniosek dotyczy zdania q, o którym nie ma mowy w przesłance.

Poprzedni przykład pokazuje, że z zachowywaniem informacji przez wynikanie może być «jeszcze gorzej». Oto taki przykład:

$$\frac{\text{p i nie-q}}{\text{p i/lub q}}\downarrow \qquad \frac{p \land \neg q}{p \lor q}\downarrow$$

Istotnie, jeśli prawdziwe jest zdanie p (oraz nie jest prawdziwe zdanie q), to jest prawdziwe co najmniej jedno ze zdań p i q. Zatem zachodzi wynikanie. Oczywiste jest, że na temat zdania p wniosek przekazuje mniejszą informacje niż przesłanka, a na temat zdania q wniosek mówi coś, co jest niejako sprzeczne z informacją z przesłanki.

[5] Nie można wnioskować, że ma dokładnie jedną z własności S i M.

[6] Nie można wnioskować, że prawdziwe jest dokładnie jedno ze zdań p i q.

Uzasadnienie indukcyjne. Przykłady

Poprzednio uzasadnienie indukcyjne opisaliśmy następująco: bierzemy pod uwagę pewien ogół podmiotów; zauważamy, że wszystkie do tej pory napotkane egzemplarze z tego ogółu mają pewną własność; wyciągamy stąd wniosek, że wszystkie przedmioty z rozpatrywanego ogółu mają tę własność. Mówiąc lapidarnie: wiedzę otrzymaną na podstawie zaobserwowanych przypadków przenosimy (INDUKUJEMY) na wszystkie przypadki.

Powiedzieliśmy również, że tego rodzaju postępowanie nie daje «stuprocentowej» gwarancji, że tak uzasadniany sąd jest prawdziwy. Było tak np. gdy przed odkryciem Australii uzasadniono sąd ‘Wszystkie łabędzie są białe’:

$$\frac{\text{Wszystkie zaobserwowane łabędzie są białe}}{\therefore\ \text{Wszystkie łabędzie są białe}}$$

Tutaj rozpatrywany ogół to ogół łabędzi; rozpatrywana własność to *bycie białym* (‘jest biały’).

Ogólny schemat postępowania:

$$\frac{\text{Wszystkie wybrane S-y są M-ami}}{\therefore\ \text{Wszystkie S-y są M-ami}}$$

gdzie rozpatrywany ogół – ogół S-ów; rozpatrywana własność – własność bycia M-em.

Metodologia nauk empirycznych podaje kryteria wymagane do tego, aby dane uzasadnienie indukcyjne było dopuszczalne. Podstawowe kryteria to:
— liczba zaobserwowanych S-ów ma być dostatecznie duża,
— wybrane egzemplarze S-ów muszą być reprezentatywne.
Pierwszy warunek jest raczej oczywisty. Co do drugiego to chodzi o to, aby wybrane obiekty były różnorodne. (Przykładowo, jeśli interesujący nas ogół psów, to wśród wybranych obiektów powinny występować przedstawiciele różnych ras psów.) Ogólniej można powiedzieć, że wybrane obiekty mają mieć jak najmniej podobieństw bliższych od tego, iż wszystkie są S-ami.[7]

Powyżej przestawione uzasadnienia indukcyjne są zawodne, tzn. z przesłanek nie wynika wniosek, czyli może być tak, że przy prawdziwych przesłankach otrzymamy fałszywy wniosek. (Było tak w podanym powyżej przykładzie.)

Niekiedy do uzasadnienień indukcyjnych używa się następującego sloganu:

„Indukcja prowadzi od szczegółu do ogółu”.

Bierze się to stąd, że poprzednio podany schemat postępowania zastępuje się następującym z tzw. szczegółowymi przesłankami:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Ten}_1\ \text{S jest M-em}\\ \text{Ten}_2\ \text{S jest M-em}\\ \vdots\\ \text{Ten}_n\ \text{S jest M-em}\end{array}}{\therefore\ \text{Każdy S jest M-em}}$$

gdzie n to liczba zaobserwowanych egzemplarzy S-ów (zapisy ‘ten_1’, ‘ten_2’, … i ‘ten_n’ zastępują odpowiednio zwroty ‘ten pierwszy’ ‘ten drugi’, … i ‘ten n-ty’). Oczywiście, n jest liczbą skończoną. Musi być ona dostatecznie duża. Zatem jest ona przyjmowana raczej teoretycznie (tj. nie musi być dokładnie ustalona[8]).

[7] Porównaj też uwagę 3 podaną na stronie 16.
[8] Tzn. jest raczej obojętne, czy jest to np. liczba 15876, czy 15877.

Przy takim ujęciu nasz przykład zapiszemy w następujący sposób.

$$\begin{array}{c}\text{Ten pierwszy łabędź jest biały}\\ \text{Ten drugi łabędź jest biały}\\ \vdots\\ \text{Ten } n\text{-ty łabędź jest biały}\\ \hline \therefore \text{ Wszystkie łabędzie są białe}\end{array}$$

Uzasadnienie przebiegające według powyżej podanego schematu nazywane jest *indukcją enumeracyjną*. Zwrot 'enumeracja' bierze się stąd, że w podanym schemacie uzasadniania kolejno wymieniamy (odp. wyliczamy, wyszczególniamy) wybrane S-y.

Wzorując się na niektórych autorach książek metodologii nauk, do indukcji enumeracyjnej zaliczymy również takie uzasadnienia pośrednie, które tym różnią się od powyżej omówionych, iż mają dodatkową przesłankę, które nie polega już na wymienianiu egzemplarzy S-ów, tzn. nie jest enumeracyjna. Ta dodatkowa przesłanka[9] stwierdza, że wybrane egzemplarze S-ów stanowią ogół S-ów. Wówczas uzasadnienie przebiega według następującego schematu:

$$\begin{array}{c}\text{Ten}_1 \text{ S jest M-em}\\ \text{Ten}_2 \text{ S jest M-em}\\ \vdots\\ \text{Ten}_n \text{ S jest M-em}\\ \text{Dowolny S jest jednym z wybranych S-ów}\\ \hline \therefore \text{ Każdy S jest M-em}\end{array} \downarrow$$

gdzie n to liczba wybranych S-ów, a zarazem liczba wszystkich S-ów.

Oba rodzaje powyżej omawianych uzasadnień zaliczyliśmy do indukcji enumeracyjnych. Do tych z dodatkową przesłanką stosujemy termin 'indukcja enumeracyjna zupełna'. Do tych pierwszych, bez dodatkowej przesłanki, stosujemy zaś termin 'indukcja enumeracyjna niezupełna'.[10]

Zajmijmy się teraz schematem indukcji enumeracyjnej zupełnej. Zauważmy, że dla tego rodzaju indukcji enumeracyjnej podany poprzednio slogan („indukcja prowadzi od szczegółu do ogółu") jest nieprawdziwy. Mamy przecież jedną ogólną przesłankę.

Zauważmy teraz, że w uzasadnieniu opartym na indukcji enumeracjnej zupełnej wniosek WYNIKA z przesłanek. Inaczej mówiąc, prawdziwość przesłanek w 100% przenosi się na prawdziwość wniosku. Zatem skoro przesłanki wcześniej uznajemy za uzasadnione, więc jest to dedukcyjne uzasadnienie wniosku.

Zakładamy, że wszystkie przesłanki są prawdziwe (jest ich $n+1$). Mamy wykazać, że wówczas prawdziwy jest wniosek: Każdy S jest M-em. W tym celu wybieramy dowolnego S-a i oznaczamy go za pomocą litery 'x'. Od tego momentu wiemy, że x jest S-em. Nie będziemy korzystać z innych założeń o x-ie (abstrahujemy od innych cech x-a).

Na podstawie ostatniej z przesłanek wiemy, że x jest jednym ze wskazanych S-ów. Jeśli x jest pierwszym ze wskazanych S-ów, to — na mocy pierwszej przesłanki — x jest M-em. Podobnie jest, gdy x jest drugim ze wskazanych S-ów, trzecim itd. do n-tego S-a. Zawsze x jest M-em. Skoro x był dowolnie wybranym S-em (tzn. nic innego nie zakładaliśmy o x-ie), więc nasz wynik możemy uogólnić na wszystkie S-y. Otrzymujemy: każdy S jest M-em.

Wynikanie łatwiej jest wykazać, gdy posłużymy się wyjściowym schematem indukcji nie w postaci enumeracyjnej, lecz w takiej od którego zaczęliśmy rozważania o uzasadnieniach indukcyjnych:

$$\begin{array}{c}\text{Wszystkie wybrane S-y są M-ami}\\ \hline \therefore \text{ Wszystkie S-y są M-ami}\end{array}$$

---

[9] Wcześniej musi być uzasadniona, skoro mówimy o pośrednim uzasadnianiu wniosku.

[10] W literaturze przyjmowana jest również inna konwencja nazewnicza. Niektórzy autorzy uzasadnień indukcyjnych z dodatkową («nieenumeracyjną») przesłanką nie zaliczają do indukcji enumeracyjnych. Dla tych uzasadnień stosują termin 'indukcja zupełna'. W tej drugiej konwencji termin 'indukcja enumeracyjna' znaczy to samo, co termin 'indukcja enumeracyjna niezupełna' w pierwszej konwencji.

Mając dodatkową przesłankę otrzymujemy następujący schemat:

$$\begin{array}{c} \text{Wszystkie wybrane S-y są M-ami} \\ \text{Wszystkie S-y są wybranymi S-ami} \\ \hline \therefore \text{ Wszystkie S-y są M-ami} \end{array} \downarrow$$

W powyższym schemacie frazę ‘wybrany S’ zastąpimy literą ‘P’. Otrzymujemy następujący sylogizm Arystotelesa (*Barbara*):

$$\begin{array}{c} \text{Wszystkie P-y są M-ami} \\ \text{Wszystkie S-y są P-ami} \\ \hline \therefore \text{ Wszystkie S-y są M-ami} \end{array} \downarrow$$

Tutaj jeszcze prościej wykazać, że zachodzi wynikanie.

Istotnie, zakładamy że obie przesłanki są prawdziwe. Mamy wykazać, że wówczas prawdziwy jest wniosek: Wszystkie S-y są M-ami. W tym celu wybieramy dowolnego S-a i oznaczamy go za pomocą litery ‘x’. Od tego momentu wiemy, że x jest S-em. Nie będziemy korzystać z innych założeń o x-ie (abstrahujemy od innych cech x-a). Na podstawie drugiej przesłanki wiemy, że x jest P-em. Stąd, na podstawie pierwszej przesłanki, wiemy że x jest M-em. Skoro x był dowolnie wybranym S-em (tzn. nic innego nie zakładaliśmy o x-ie), więc nasz wynik możemy uogólnić na wszystkie S-y. Otrzymujemy: każdy S jest M-em.[11]

Widzieliśmy, że indukcja enumeracyjna zupełna jest po prostu dedukcją. A o tej ostatniej — jak już wcześniej pisaliśmy — przyjmuje się inny slogan:

„Dedukcja prowadzi od ogółu do szczegółu”.

Skoro indukcja enumeracyjna zupełna jest też dedukcją, więc musiałyby się do niej stosować oba slogany (a to nie jest do pogodzenia). Pozostałoby zatem przyjęcie, że indukcja enumeracyjna zupełna nie jest w ogóle indukcją, co byłoby niezgodne ze zwyczajem.

Zajmijmy si,ę teraz innymi uzasadnieniami zadań zaliczanych do indukcyjnych.

Załóżmy, że masz przed sobą kawałek drutu miedzianego. Sprawdzasz, że przewodzi on prąd elektryczny. Wyciągasz stąd wniosek:

Każdy kawałek miedzi przewodzi prąd.

Czy Twoje uzasadnienie wniosku jest poprawne? Gdybyśmy dysponowali tylko jedną przesłanką

Ten kawałek miedzi jest przewodnikiem prądu

to uzasadnienie wniosku wydaje się być niepoprawne.[12] Mamy jednak inne prawdziwe zdanie, które przyjmiemy jako drugą przesłankę. Jest nią poniższa alternatywa:

Albo każdy kawałek miedzi jest przewodnikiem prądu,

albo żaden kawałek miedzi nie jest przewodnikiem prądu

[11] Nie robimy różnicy pomiędzy formami ‘Wszystkie S-y są M-ami’ oraz ‘Każdy S jest M-em’. Zwyczaj językowy pokazuje, że inaczej jest dla tzw. zdań szczegółowych. Zdanie o formie ‘Jakiś S jest M-em’ mówi, że co najmniej jeden S jest M-em. Przy użyciu liczby mnogiej zaś, zdanie ‘Niektóre S-y są M-ami’ po pierwsze mówi coś więcej: co najmniej dwa S-y są M-ami. Liczba mnoga odnosi się tu do S-ów, które są jednocześnie M-ami, a nie po prostu do S-ów. Po drugie, użycie zwrotu ‘niektóre’ sugeruje również, że nie każdy S jest M-em. W niektórych opracowaniach z logiki zdania w liczbie mnogiej interpretuje się tak, jakby miały znaczyć to samo, co te w liczbie pojedynczej, czyli: co najmniej jedno S jest M-em.

Dla zdań przeczących analiza może być bardziej skomplikowana, gdy w orzeczeniu ‘nie jest M-em’ pojawi się zwrot kwantyfikujący; ‘nie jest żoną żadnego Polaka’, ‘nie jest żoną jakiegoś Polaka’, czy ‘nie jest żoną każdego Polaka’. Dwa z tych zwrotów muszą znaczyć to samo. (A może trzeci zwrot w ogóle nie jest poprawny?)

[12] Nie chcemy zajmować się analizą tego, czy z podanej przesłanki wynika podany wniosek — w sensie podanej poprzednio definicji wynikania — , czyli: czy jest możliwe, aby przesłanka była prawdziwa, a wniosek nie był? W ogóle pojawia się tu prostsze pytanie: czy jest możliwe, aby wniosek nie był prawdziwy? Innymi słowy: czy jest możliwe, aby nie każdy kawałek miedzi przewodził prąd? Z punktu widzenia logiki takie pytania wydają się być jałowe. Dlatego dalej zastosujemy inne podejście do wynikania.

Tę przesłankę uzasadniamy następująco: wszystkie kawałki miedzi mają tę samą strukturę (ten sam skład chemiczny; zbudowane są z tego samego pierwiastka), więc mają identyczne właściwości elektryczne. Nasze uzasadnienie przebiega więc według poniższego schematu:

$$\begin{array}{c} \text{Ten S jest M-em} \\ \underline{\text{Albo każdy S jest M-em albo żaden S nie jest M-em}} \\ \therefore \text{Każdy S jest M-em} \end{array} \downarrow$$

A ten schemat przedstawia wynikanie. Istotnie, załóżmy że obie przesłanki są prawdziwe. Wówczas prawdziwy jest dokładnie jeden z alternatywnych członów w przesłance drugiej. Na podstawie przesłanki pierwszej wiemy jednak, że jakiś S jest M-em, czyli odrzucamy drugi człon alternatywy (tj. odrzucamy ‘żaden S nie jest M-em’). Zatem musi być prawdziwy pierwszy człon drugiej przesłanki. A jest to nasz wniosek: każdy S jest M-em.

Powyższe uzasadnienie wniosku nazywamy *indukcją eliminacyjną*. Termin ‘eliminacyjna’ bierze się stąd, iż jedna z przesłanek służy do wyeliminowania jednego z alternatywnych przypadków podanych w drugiej przesłance. Widzimy, że indukcja eliminacyjna jest dedukcją.

Zauważmy, że gdyby nasze uzasadnienie o miedzi przenieść na przedmioty leżące przed Tobą na biurku, to nie byłoby ono już poprawne. Załóżmy więc, że bierzesz z biurka dany przedmiot i sprawdzasz, że przewodzi on prąd elektryczny (może to być ten sam kawałek miedzi, który badałeś poprzednio, albo inny przewodnik elektryczności). Wyciągasz stąd wniosek:

Każdy przedmiot z biurka przewodzi prąd.

Twoje uzasadnienie wniosku nie jest poprawne. Chociaż masz prawdziwą przesłankę

Ten przedmiot z biurka jest przewodnikiem prądu

to nie jest ona jednak wystarczająca dla uzasadnienia wniosku. Nie możesz teraz uznać za uzasadnioną drugą przesłankę:

Albo każdy przedmiot z biurka jest przewodnikiem prądu,
albo żaden przedmiot z biurka nie jest przewodnikiem prądu

Nie masz dla niej uzasadnienia, dopóki nie zbadasz wszystkich przedmiotów z biurka.

Oczywiście, z podanych dwóch ostatnich przesłanek wynika wniosek. Stosujemy ten sam, co poprzednio schemat wynikania:

$$\begin{array}{c} \text{Ten S jest M-em} \\ \underline{\text{Albo każdy S jest M-em albo żaden S nie jest M-em}} \\ \text{Każdy S jest M-em} \end{array} \downarrow$$

Teraz jednak przesłanki nie stanowią podstawy do uzasadnienia wniosku (nie są jego dowodem). Przecież druga przesłanka nie jest uzasadniona. (Może nawet być fałszywa, gdy na leży coś, co nie jest przewodnikiem; a to jednocześnie da fałszywość wniosku).

Ten przykład podaliśmy po to, aby jeszcze raz podkreślić, że samego wynikania wniosku z przesłanek nie należy mylić z dowodem prawdziwości wniosku. Aby mieć taki dowód musimy mieć jeszcze udowodnioną prawdziwość przesłanek.

Zauważmy, że gdyby nasze uzasadnienie o miedzi przenieść ogólniej na metale, to należałoby zastosować zupełnie inne podejście do zagadnienia. Indukcja eliminacyjna nic tu nam nie da. Jeśli chcesz udowodnić, że

Każdy kawałek metalu przewodzi prąd.

to nie ma tu znaczenia to, że dany kawałek metalu przewodzi prąd elektryczny. Przecież nie ma sensu dodawać przesłanki:

Albo każdy kawałek metalu jest przewodnikiem prądu,
albo żaden kawałek metalu nie jest przewodnikiem prądu

Tej przesłanki nie da się uzasadnić tak jak poprzednio, gdy mówiliśmy o miedzi. Mianowicie, różne metale mają różną strukturę (nie są zbudowane z tego samego pierwiastka). Zatem nie możemy — tak jak poprzednio — wyciągnąć wniosku, że wszystkie metale mają te same właściwości elektryczne (albo wszystkie przewodzą albo wszystkie nie przewodzą).

Musimy odwołać się do pojęcia *metalu*. Mówiąc lapidarnie, metale są substancjami, które mają swobodne elektrony zdolne do poruszania się w całej objętości. W wyniku tego są przewodnikami elektryczności. W ten sposób uzasadnialiśmy, że każdy kawałek metalu jest przewodnikiem prądu.

Stąd widzimy, że możemy uzasadnić, iż każdy kawałek miedzi jest przewodnikiem prądu, bez indukcji eliminacyjnej. Wiemy przecież, że miedź jest metalem. Zatem stosujemy sylogizm (*Barbara*):

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Każdy kawałek miedzi jest kawałkiem metalu}\\ \text{Każdy kawałek metalu jest przewodnikiem prądu}\end{array}}{\therefore\ \text{Każdy kawałek miedzi jest przewodnikiem prądu}}\downarrow$$

Mamy uzasadnione przesłanki, a z nich wynika wniosek według schematu

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Każdy S jest P-em}\\ \text{Każdy P jest M-em}\end{array}}{\text{Każdy S jest M-em}}\downarrow$$

A to daje nam uzasadnienie wniosku.

Uzasadnienia przez indukcję eliminacyjną związane są z tzw. kanonami Milla, które służą do wykrywania przyczyn danego zjawiska. Trzeba wówczas sam ich schemat poddać odpowiedniej «obróbce». Otrzymamy bardziej skomplikowaną postać. Jedna z przesłanek będzie alternatywą mówiącą tym, że któreś z kilku zjawisk jest przyczyną danego zjawiska. Pozostałe przesłanki eliminują (wykluczają) jako przyczyny danego zjawiska wszystkie z rozpatrywanych jego przyczyn oprócz jednej. Właśnie wniosek mówi, że to jedno zjawisko jest przyczyną badanego zjawiska. Zdania opisujące to, że dane zjawisko jest przyczyną innego zjawiska uznawane są za zdania ogólne.[13] Zatem ta przesłanka, która jest alternatywą mówiącą tym, że któreś z kilku zjawisk jest przyczyną danego zjawiska, traktowana jest jako alternatywa kilku zdań ogólnych. Dlatego też uważa się, że indukcja Milla ma formę indukcji eliminacyjnej. Nie będziemy się jednak tym zajmować, gdyż temat ten nie należy do zagadnień logiki.

Uzasadnienia przez analogię. Przykłady

Uzasadnienie przez analogię jest kolejnym sposobem pośredniego uzasadniania zdań. Mamy kilka rodzajów tego uzasadniania.

Pierwszy sposób przypomina indukcję enumeracyjną niezupełną. Mianowicie: bierzemy pod uwagę pewien ogół przedmiotów; zauważamy, że wszystkie do tej pory napotkane egzemplarze z tego ogółu mają pewną własność; wyciągamy stąd wniosek, że kolejno napotkany przedmiot z rozpatrywanego ogółu ma tę własność. Mówiąc lapidarnie: wiedzę otrzymaną na podstawie zaobserwowanych przypadków przenosimy (INDUKUJEMY) na kolejny przypadek.

Przypomnijmy, w indukcji enumeracyjnej niezupełnej chodziło o to, że na podstawie zaobserwowanych przypadków wnioskowaliśmy, iż wszystkie przedmioty z rozpatrywanego ogółu mają tę własność. Mówiąc lapidarnie: wiedzę otrzymaną na podstawie zaobserwowanych przypadków

[13] Dotyczą powtarzalności pewnych prawidłowości. Ta ogólność ma właśnie dotyczyć powtarzalności.

przenosimy (INDUKUJEMY) na wszystkie przypadki. Ponieważ w uzasadnieniu przez analogię kolejnie napotkany przedmiot z rozpatrywanego ogółu jest dowolnie wybranym z tego ogółu, więc w gruncie rzeczy, wnioskujemy, że dowolnie wybrany obiekt z rozpatrywanego ogółu ma badaną własność.

Dla ilustracji posłużmy się znanym przykładem. Załóżmy, że oceniamy jako interesujące wszystkie filmy pewnego reżysera, które do tej pory zobaczyliśmy. Wyciągamy wniosek, że też nas zainteresuje następny film tego reżysera, który mamy właśnie zobaczyć. Zauważmy, że w takim przypadku, można sądzić, że wszystkie filmy tego reżysera uznamy za interesujące. Uważamy, że wszystkie dopóki nie zobaczymy choć jednego, który nas nie zainteresuje. Ale nawet wówczas, gdy jeden film nas nie zainteresował, a piętnaście zainteresowało, to o siedemnastym możemy twierdzić, że nas zainteresuje.

«Czysta postać» uzasadnienia przez analogie ma miejsce wtedy, gdy wnioskujemy coś o przyszłości. Załóżmy, że sześć grup ma ćwiczenia z logiki z tym samym prowadzącym. Prowadzący dziś nie pytał w czterech grupach. Osoby z szóstej grupy mogą sądzić, że tak samo będzie w ich grupie (być może nie przeszkadza im to, że prowadzący pytał piątą grupę).

Niekiedy do uzasadnienień przez analogię używa się następującego sloganu:

„Analogia prowadzi od szczegółu do szczegółu".

Bierze się to stąd, że przebiega ono według następującego schematu ze szczegółowymi przesłankami i wnioskiem:

$$\begin{array}{c}\text{Ten}_1\ \text{S jest M-em}\\ \text{Ten}_2\ \text{S jest M-em}\\ \vdots\\ \text{Ten}_n\ \text{S jest M-em}\\ \hline \therefore\ \text{Ten}_{n+1}\ \text{S jest M-em}\end{array}$$

gdzie rozpatrywany ogół – ogół S-ów; rozpatrywana własność – własność bycia M-em; gdzie n to liczba zaobserwowanych egzemplarzy S-ów, które okazały się M-ami. Oczywiście, n jest liczbą skończoną. Musi być dostatecznie duża.

Powyżej przestawione uzasadnienia przez analogię są zawodne, tzn. z przesłanek nie wynika wniosek, czyli może być tak, że przy prawdziwych przesłankach otrzymamy fałszywy wniosek.

Pierwszy sposób uzasadniania przez analogię dotyczył $n + 1$ przedmiotów oraz dwóch własności. Podobny był on do indukcji enumeracyjnej niezupełnej. W drugim sposobie uzasadniania przez analogię jest inaczej. Dotyczy on dwóch przedmiotów oraz $n + 1$ własności. Zauważamy mianowicie, że dwa przedmioty maja n wspólnych własności, czyli są analogiczne (podobne) po tym względem. Ponadto zauważamy, że pierwszy przedmiot ma dodatkową własność. Wnioskujemy stąd, że drugi przedmiot ma też tę dodatkową własność, czyli że jest także podobny do pierwszego także pod tym względem.

Ten typ uzasadniania przebiega według następującego schematu ze szczegółowymi przesłankami i wnioskiem:

$$\begin{array}{c}x\ \text{i}\ y\ \text{są}\ \text{S}_1\text{-ami}\\ x\ \text{i}\ y\ \text{są}\ \text{S}_2\text{-ami}\\ \vdots\\ x\ \text{i}\ y\ \text{są}\ \text{S}_n\text{-ami}\\ x\ \text{jest M-em}\\ \hline \therefore\ y\ \text{jest M-em}\end{array}$$

gdzie x i y to rozpatrywane dwa przedmioty (litery 'x' i 'y' zastępują odpowiednio zwroty 'ten pierwszy obiekt' i 'ten drugi obiekt'); S_1, …, S_n to «analogiczne włsności» tych przedmiotów; M to własność, o której wnioskujemy. Oczywiście, n jest liczbą skończoną. Musi być ona dostatecznie duża.

Ten drugi typ uzasadniania przez analogię także jest zawodny, tzn. z przesłanek nie wynika wniosek, czyli może być tak, że przy prawdziwych przesłankach otrzymamy fałszywy wniosek.

Zadanie 3. Czy drugi rodzaj uzasadnienia przez analogię da się sprowadzić do pierwszego, tworząc «sztuczne» złożone włsnosci?

Rozwiązanie. Przyjmijmy, że ‘S’ zastępuje ‘S_1 i … i S_n’, tzn. ‘jest S-em’ ma znaczyć ‘jest S_1-em i … i jest S_n-em’. Przesłanki ze schematu przez analogię «po własnościach’ można zastąpić przez ‘x jest S-em’, ‘x jest M-em’ i ‘y jest S-em’. Zatem uzasadnienie po n własnościach zastąpimy uzasadnieniem po dwóch obiektach:

$$\frac{\text{Ten}_1 \text{ S jest M-em}}{\therefore \text{Ten}_2 \text{ S jest M-em}}$$

Oczywiście teraz S jest bardzo złożoną i «stuczną» własnością. □

Ostatnie zadanie sugeruje, że można połączyć oba sposoby uzasadnienia przez analogię, tworząc niejako uzasadnienie przez «podwójną analogię»? Aby to pokazać, zapiszemy schemat pierwszego sposobu w innej formie:

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_n \text{ i } x_{n+1} \text{ są S-ami} \\ x_1, \ldots, x_n \text{ są M-ami} \\ \hline \therefore x_{n+1} \text{ jest M-em} \end{array}$$

gdzie x_1 = ten_1 S, …, x_n = ten_n S. Przyjmując, że y = ten_{n+1} S otrzymujemy:

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_n \text{ i } y \text{ są S-ami} \\ x_1, \ldots, x_n \text{ są M-ami} \\ \hline \therefore y \text{ jest M-em} \end{array}$$

Mamy zatem pierwszą analogię «po obiektach». Do niej dodajemy analogię «po własnościach», których ma być teraz k:

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_n \text{ i } y \text{ są } S_1\text{-ami} \\ x_1, \ldots, x_n \text{ i } y \text{ są } S_2\text{-ami} \\ \vdots \\ x_1, \ldots, x_n \text{ i } y \text{ są } S_k\text{-ami} \\ x_1, \ldots, x_n \text{ są M-ami} \\ \hline \therefore y \text{ jest M-em} \end{array}$$

Wydaje się, że podwójna indukcja jest «mniej zawodna» od pojedynczej.

Różnicę pomiędzy uzasadnieniem przez analogię «po obiektach» a «podwójną analogią» ilustruje następujący przykład.[14]

Przykład 4. Załóżmy, że spotkałeś dwudziestu uprzejmych mieszkańców Torunia. Przez analogię wyciągasz wniosek, że kolejny napotkany mieszkaniec Torunia także będzie uprzejmy. Tutaj $n = 20$, $x_1, \ldots, x_{20}$ to napotkani mieszkańcy Torunia, y to kolejno napotkany mieszkaniec, litera ‘S’ zastępuje zwrot ‘mieszkaniec Torunia’, a litera ‘M’ – ‘uprzejmy’:

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_{20} \text{ i } y \text{ są mieszkańcami Torunia} \\ x_1, \ldots, x_{20} \text{ są uprzejmi} \\ \hline \therefore y \text{ jest uprzejmy} \end{array}$$

Przyjmijmy jednak, iż zauważyłeś, że wszyscy napotkani przez Ciebie mieszkańcy miasta nosili płaszcz. Wyciągasz więc przez «podwójną analogię» wniosek, że uprzejmy będzie także

[14] Można również «rozwinąć» poprzedni przykład o osobie prowadzącej ćwiczenia z logiki. Np. na zajęciach z czterema pierwszymi grupami była «miła atmosfera», a na zajęciach z piątą grupą nie było takiej. Dochodzi zatem kolejna własność czterech pierwszych grup, którą winna spełnić grupa szósta.

Oczywiście, podawane w tekście przykłady należy traktować «z przymrużeniem oka», jako tylko ilustrujące podane schematy. Poważne przykłady musiałyby odnosić się do jakichś zawiłych problemów poruszanych w naukach empirycznych.

kolejny napotkany mieszkaniec tego miasta, który będzie nosić płaszcz. Teraz $n = 20$, $k = 2$, 'S_1' zastępuje 'mieszkaniec Torunia', 'S_2 – 'w płaszczu' ('nosi płaszcz'), a 'M' – 'uprzejmy':

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_{20} \text{ i } y \text{ są mieszkańcami Torunia} \\ x_1, \ldots, x_{20} \text{ i } y \text{ są w płaszczach} \\ x_1, \ldots, x_{20} \text{ są uprzejmi} \\ \hline \therefore y \text{ jest uprzejmy} \end{array}$$

Jest oczywiste, że im więcej spotkałeś uprzejmych mieszańców Torunia oraz im więcej wspólnych cech u nich się dopatrzyłeś, to o kolejnym napotkanym mieszkańcu Torunia mającym wszystkie zaobserwowane wspólne cechy skłonny jesteś sądzić, że będzie uprzejmy. Np.

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_{40} \text{ i } y \text{ są mieszkańcami Torunia} \\ x_1, \ldots, x_{40} \text{ i } y \text{ są w płaszczach} \\ x_1, \ldots, x_{40} \text{ i } y \text{ są mężczyznami} \\ x_1, \ldots, x_{40} \text{ i } y \text{ są staruszkami} \\ x_1, \ldots, x_{40} \text{ są uprzejmi} \\ \hline \therefore y \text{ jest uprzejmy} \end{array}$$

Teraz $n = 40$, $k = 4$, 'S_3 – 'mężczyzna' i 'S_4 – 'staruszek'. □

Uwaga 3. Przy omawianiu uzasadniania indukcyjnego powiedzieliśmy, że wybrane egzemplarze S-ów muszą być reprezentatywne, czyli były różnorodne. Inaczej mówiąc, wybrane obiekty mają mieć jak najmniej podobieństw bliższych od tego, iż wszystkie są S-ami.

Z ostatnim przykładem związane jest następujące uzasadnienie przez indukcję enumeracyjną niezupełną:

$$\begin{array}{c} x_1, \ldots, x_{40} \text{ są mieszkańcami Torunia} \\ x_1, \ldots, x_{40} \text{ są uprzejmi} \\ \hline \therefore \text{Wszyscy mieszkańcy Torunia są uprzejmi} \end{array}$$

albo

$$\begin{array}{c} \text{Ten}_1 \text{ mieszkaniec Torunia jest uprzejmy} \\ \text{Ten}_2 \text{ mieszkaniec Torunia jest uprzejmy} \\ \vdots \\ \text{Ten}_{40} \text{ mieszkaniec Torunia jest uprzejmy} \\ \hline \therefore \text{Każdy mieszkaniec Torunia jest uprzejmy} \end{array}$$

Wybrani ludzie (tj. ten_1, …, ten_{40}) maja jednak bliższe «podobieństwo» niż to tylko, ze są mieszkańcami Torunia. Są oni przecież chodzącymi w płaszczach staruszkami z Toruniu. Zatem bardziej uzasadniony będzie poniższy indukcyjny wniosek:

Każdy chodzący w płaszczu staruszek z Torunia jest uprzejmy.

Oczywiście, nie przyjmiemy tego indukcyjnego wniosku, jeśli napotkamy jakiegoś chodzącego w płaszczu staruszka z Torunia, który nie jest uprzejmy. □