

Logika dla archeologów  
Część 6: Modele rozumowań. Pojęcie *wynikania*

Rafał Gruszczyński

Katedra Logiki  
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

2011/2012

# Spis treści

1 Modele rozumowań

2 Wynikanie

3 Rozumowania poprawne i niepoprawne

W sensie pozalogicznym rozumowaniem nazywamy:

- proces psychiczny
- którego celem jest takie przetworzenie danych informacji, aby uzyskać jakąś informację
- czyli wyciągnięcie wniosku z danych przesłanek

## Definicja

**Modelem rozumowania** nazywamy parę uporządkowaną  $\langle \mathcal{P}, w \rangle$ , w której  $\mathcal{P}$  jest **zbiorem zwerbalizowanych zdań** (nazywanych przesłankami), zaś  $w$  jest **zwerbalizowanym zdaniem** (nazywanym wnioskiem).

## Uwaga

Jeżeli zbiór przesłanek jest skończony, to rozumowanie będziemy zwykle zapisywać w postaci ułamkowej, nad kreską umieszczając przesłanki, pod kreską wniosek:

$$\frac{\begin{array}{c} \text{przesłanka}_1 \\ \vdots \\ \text{przesłanka}_n \end{array}}{\therefore \text{wniosek}}$$

# Pojęcie *wynikania*

- Definiując pojęcie *wynikania* skorzystamy z pojęcia *możliwości*.
- Z pojęciem tym wiążą się dwa elementarne sposoby rozumowania:
  - jeżeli coś zachodzi, to jest możliwe
  - jeżeli coś jest niemożliwe, to nie zachodzi
- Rozumowania te możemy ująć również w sposób następujący:
  - jeżeli  $p$ ; to jest możliwe, że  $p$
  - jeżeli nie jest możliwe, że  $p$ ; to  $\neg p$

# Pojęcie wynikania

## Definicja

Zdanie  $q$  **wynika** ze zbioru zdań  $\mathcal{P}$  wtw **nie jest możliwe**, aby wszystkie zdania ze zbioru  $\mathcal{P}$  były prawdziwe i jednocześnie zdanie  $q$  nie było prawdziwe.

## Wniosek

Zdanie  $q$  **nie wynika** ze zbioru zdań  $\mathcal{P}$  wtw **jest możliwe**, aby wszystkie zdania ze zbioru  $\mathcal{P}$  były prawdziwe i jednocześnie zdanie  $q$  nie było prawdziwe.

Zauważmy, że:

- z nieprawdziwych zdań mogą wynikać zdania nieprawdziwe,
- z nieprawdziwych zdań mogą wynikać zdania prawdziwe,
- z prawdziwych zdań mogą wynikać zdania prawdziwe.

### Uwaga

Z samej definicji wynikania **wykluczona** jest sytuacja następująca:  
z prawdziwych zdań wynika zdanie nieprawdziwe.

## Dwa twierdzenia o wynikaniu

### Uwaga

Zauważmy, że z pojęciem możliwości związane jest następujące rozumowanie:

nie jest możliwe, że:  $p$  oraz  $r$

$$\frac{p}{\text{?}\neg r} \quad \downarrow$$

# Dwa twierdzenia o wynikaniu

## Twierdzenie

Jeżeli zdanie  $q$  wynika ze zbioru zdań  $\mathcal{P}$  oraz wszystkie zdania w zbiorze  $\mathcal{P}$  są prawdziwe, to  $q$  także jest prawdziwe.

## Dowód.

- Zakładamy, że  $q$  wynika z  $\mathcal{P}$  oraz, że wszystkie zdania z  $\mathcal{P}$  są prawdziwe.
- Czyli nie jest możliwe, że: wszystkie zdania z  $\mathcal{P}$  są prawdziwe oraz  $q$  jest nieprawdziwe.
- W konsekwencji  $\neg(q \text{ jest nieprawdziwe})$ , czyli  $q$  jest prawdziwe.



# Dwa twierdzenia o wynikaniu

Skorzystaliliśmy z tego sposobu rozumowania w następującej postaci:

nie jest możliwe, że:  $\overbrace{\text{wszystkie zdania z } \mathcal{P} \text{ są prawdziwe}}^p$  oraz  $\overbrace{q \text{ jest nieprawdziwe}}^r$   
 $\underbrace{\text{wszystkie zdania z } \mathcal{P} \text{ są prawdziwe}}_p$

---

$\underbrace{\neg(q \text{ jest nieprawdziwe})}_{\neg r}$

↓

## Dwa twierdzenia o wynikaniu

### Twierdzenie

Jeżeli zdanie  $q$  wynika ze zbioru zdań  $\mathcal{P}$  oraz  $q$  nie jest prawdziwe, to nie wszystkie zdania w zbiorze  $\mathcal{P}$  są prawdziwe (co najmniej jedno nie jest prawdziwe).

### Dowód.

- Zakładamy, że  $q$  wynika z  $\mathcal{P}$  oraz, że  $q$  jest nieprawdziwe.
- Czyli nie jest możliwe, że: wszystkie zdania z  $\mathcal{P}$  są prawdziwe oraz  $q$  jest nieprawdziwe.
- W konsekwencji nie wszystkie zdania z  $\mathcal{P}$  są prawdziwe.



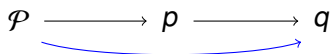
# Przechodność relacji *wynikania*

## Definicja

Zdanie  $q$  **wynika ze zdania**  $p$  wtw  $q$  **wynika ze zbioru**  $\{p\}$  wtw **nie jest możliwe, aby**  $p$  **było prawdziwe i jednocześnie**  $q$  **nie było prawdziwe.**

## Twierdzenie

Jeżeli zdanie  $p$  wynika ze zbioru zdań  $\mathcal{P}$  oraz zdanie  $q$  wynika ze zdania  $p$ , to  $q$  wynika z  $\mathcal{P}$ .



## Przechodność relacji *wynikania*

### Ćwiczenie

Przeprowadź dowód przechodności relacji *wynikania*.

# Rozumowania dedukcyjnie poprawne

## Definicja

Rozumowanie  $\langle \mathcal{P}, w \rangle$  jest **dedukcyjnie poprawne** wtw wniosek **w** **wynika** z przesłanek  $\mathcal{P}$ .

# Rozumowania dedukcyjnie niepoprawne

## Definicja

Rozumowanie  $\langle \mathcal{P}, w \rangle$  jest **dedukcyjnie niepoprawne** wtw wniosek  $w$  **nie wynika** z przesłanek  $\mathcal{P}$ .