

Logika dla archeologów

Część 5: Zaprzeczenie i negacja

Rafał Gruszczyński

Katedra Logiki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika

2011/2012

Spis treści

- 1 Zaprzeczenie
- 2 Negacja
- 3 Negacja w logice

Sprzeczne grupy zdań

Definicja

Dana grupa zdań jest sprzeczna, gdy **nie jest możliwe**, aby wszystkie zdania w tej grupie były **jednocześnie prawdziwe**.

Definicja

Dane zdania są **wzajemnie sprzeczne**, gdy utworzona z nich **grupa jest sprzeczna**.

Definicja

Dwa zdania są **wzajemnie sprzeczne** wtw **nie mogą** być jednocześnie **prawdziwe**.

Zdania dopełniające się

Definicja

Dwa zdania **dopełniają się** wtw **nie mogą** być jednocześnie **fałszywe**.

Ćwiczenie

Podaj kilka przykładów par zdań **dopełniających się**.

Zdania dopełniające się

Ćwiczenie

Przypuśćmy, że rzucono jeden raz kostką sześcienną. Które z poniższych par zdań wzajemnie dopełniają się?

| | |
|---|-----|
| Wypadła 1. Wypadła 2. | NIE |
| Nie wypadła 6. Wypadła 5. | NIE |
| Nie wypadła 6. Nie wypadła 5. | TAK |
| Wypadła 1 lub 6. Wypadła 4 lub 5. | NIE |
| Wypadła 1 lub 2 lub 3. Wypadła 4 lub 5 lub 6. | TAK |
| Wypadła parzysta liczba oczek. | TAK |
| Wypadła nieparzysta liczba oczek. | TAK |

Zaprzeczenie zdania

Definicja

Zdanie Z_1 nazywamy **zaprzeczeniem** zdania Z_2 wtw Z_1 i Z_2 są **wzajemnie sprzeczne** oraz **dopełniają się** (czyli nie mogą być jednocześnie prawdziwe i nie mogą być jednocześnie fałszywe).

Ćwiczenie

Podaj kilka przykładów par zdań złożonych ze zdania i jego zaprzeczenia.

Zaprzeczenie zdania

Problem

Czy prawdziwe jest poniższe zdanie?

Jeżeli zdanie Z_1 jest zaprzeczeniem zdania Z_2 , to Z_2 jest zaprzeczeniem Z_1 .

Problem

Czy każde zdanie ma tylko jedno zaprzeczenie?

Ćwiczenie

Podaj **co najmniej dwa różne** zaprzeczenia zdania 'Toruń jest pięknym miastem'.

Definicja

Negacją zdania Z nazywamy zdanie, które powstaje z Z przez poprzedzenie go jednym ze zwrotów:

- 'nie jest tak, że'
- 'nie jest prawdą, że'
- 'nieprawda, że'

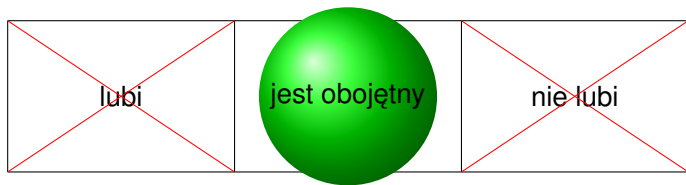
lub wstawienie do zdania Z słówka 'nie' tak, aby otrzymać zaprzeczenie zdania Z

Ćwiczenie

Czy drugie zdania w poniższych parach są negacjami pierwszych zdań?

Ćwiczenie

Czy zdanie 'Jan nie lubi Basi' jest negacją zdania 'Jan lubi Basię'?



Ćwiczenie

Czy zdanie 'Co najmniej jeden człowiek jest bogaty' jest negacją zdania 'Co najmniej jeden człowiek nie jest bogaty'?



Ćwiczenie

Czy zdanie 'Każda kobieta nie jest matką' jest negacją zdania 'Każda kobieta jest matką'?

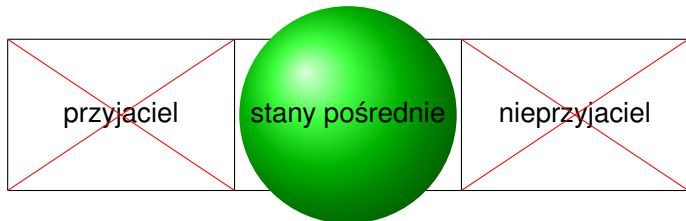
Ćwiczenie

Czy zdanie 'Jan sądzi, że Szekspir nie był geniuszem' jest negacją zdania 'Jan sądzi, że Szekspir był geniuszem'?



Ćwiczenie

Czy zdanie 'Jan jest nieprzyjacielem Piotra' jest negacją zdania 'Jan jest przyjacielem Piotra'?



Ćwiczenie

Czy zdanie 'Jan wie, że 0 nie jest liczbą naturalną' jest negacją zdania 'Jan wie, że 0 jest liczbą naturalną'?



Operator negacji

Operatorem negacji nazywamy dowolny z trzech poniższych zwrotów:

- *nie jest tak, że*
- *nie jest prawdą, że*
- *nieprawda, że*

Uwaga

Najprostszym sposobem zbudowania negacji zdania p jest poprzedzenie go jednym z operatorów negacji:

- *nie jest tak, że p*
- *nie jest prawdą, że p*
- *nieprawda, że p*

Definicja

Negacją zdania p nazywamy dowolne zdanie, które otrzymujemy ze zdania p w dowolny z poniższych sposobów:

- poprzedzenie zdania p jednym z operatorów negacji
- odpowiednie dodanie słówka 'nie' tak, aby:
 - nic innego nie zmienić w zdaniu p oraz
 - uzyskać zaprzeczenie zdania p , czyli zdanie, które się z nim wyklucza i dopełnia.

Negacja w logice

Notacja

W logice **operator negacji** oznaczamy zwykle za pomocą symbolu ' \neg ', zaś **negację zdania p** za pomocą zapisu ' $\neg p$ '.

Notacja c.d.

Przyjmujemy następujące konwencje:

- za pomocą symbolu ' 1 ' oznaczamy fakt, że dane zdanie interpretujemy jako **prawdziwe**
- za pomocą symbolu ' 0 ' oznaczamy fakt, że dane zdanie interpretujemy jako **fałszywe**
- za pomocą symbolu ' $\frac{1}{2}$ ' oznaczamy fakt, że dane zdanie interpretujemy jako **ani prawdziwe, ani fałszywe**

Interpretacja zdań w logice

Interpretacją danego zdania p nazywamy przyporządkowanie mu jednej z trzech wymienionych wartości logicznych.

Uwaga

- W dalszych rozważaniach będziemy ograniczać się tylko do takich zdań, które są prawdziwe albo fałszywe.
- Tylko sporadycznie zajmować się będziemy zdaniami, które nie są ani prawdziwe, ani fałszywe.

Uwaga

- Fakt, że dla zdania p wybieramy np. interpretację 1 zapisywać będziemy często w postaci równości ' $v(p) = 1$ ' (resp. ' $v(p) = 0$ ', gdy interpretujemy p jako zdanie fałszywe).
- W powyższym zapisie v jest pewną funkcją, która zdaniom (zmiennym zdaniowym) przyporządkowuje wartości logiczne 1 lub 0.
- Funkcję v określamy zwykle funkcją interpretacji (wartościowania, ewaluacji).

Charakterystyka operatora negacji

| p | $\neg p$ |
|-----|----------|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Uwaga

- Oczywiście, czymś innym jest **interpretacja zdania**, czymś innym **interpretacja operatora lub spójnika logicznego**.
- W przypadku operatora negacji jej interpretacją jest **opisanie jakie wartości przyjmuje zdanie $\neg p$ w zależności od tego jak interpretujemy zdanie p** .
- Mówiąc kolokwialnie, ową **interpretacją** jest powyższa **tabelka**.
- Więcej na ten temat powiemy **na kolejnych spotkaniach**.