

Andrzej Pietruszczak

Konspekt do wykładu „Logika I”*

(z dnia 27.01.2006)

Wynikanie – przypomnienie

Reasumując, przy wynikaniu musi być spełniony warunek:

(P) *prawdziwość wszystkich przesłanek daje gwarancję prawdziwości wniosku.*

Podkreślmy jednak, że przy wynikaniu **NIE** musi być spełniony warunek:

(F) *fałszywość przesłanek daje gwarancję fałszywości wniosku.*¹

Użyliśmy niezbyt precyzyjnego zwrotu ‘fałszywość przesłanek’, aby skrócić zapis warunku (F). Zwrot ten ma znaczyć, że nie wszystkie są prawdziwe, tzn. co najmniej jedna jest fałszywa.

Warunek (F) spełniają wszystkie rozumowania (wynikania) odwracalne i tylko one.

W następnych punktach pokażemy, że warunek (F) w ogóle nie jest potrzebny w sytuacjach, w których wykorzystujemy pojęcie *wynikania*. Relację wynikania wykorzystujemy w definiowaniu różnych pojęć metodologicznych, takich jak: wnioskowanie (odkrywcze), uzasadnianie sądów, weryfikacja hipotez, czy wyjaśnianie zjawisk. Zajmiemy się teraz krótko tymi pojęciami.

Wnioskowania (odkrywcze)

Żałóży, że wiemy, iż pewne zdania są prawdziwe. Możemy «odkryć», że z tej grupy wynikają różne wnioski, które wcześniej nie były nam znane. Skoro grupa składała się ze zdań prawdziwych, więc również odkryte wnioski są prawdziwe.

Widzimy więc, że wykorzystaliśmy jedynie warunek:

(P) *prawdziwość wszystkich przesłanek daje gwarancję prawdziwości wniosku.*

W ogóle nie jest nam tutaj potrzebny warunek:

(F) *fałszywość przesłanek daje gwarancję fałszywości wniosku.*

Przecież przesłanki z których wyciągamy («odkrywamy») wnioski są prawdziwe. Dlatego nie wymagamy, aby wynikanie spełniało warunek (F).

* © 2006, prawa autorskie do całości ma wyłącznie autor, Andrzej Pietruszczak.

¹ Uwaga! Nie twierdzimy, że każde wynikanie spełnia warunek: *fałszywość przesłanek nie gwarantuje fałszywości wniosku*. Mówimy jedynie, że nie wszystkie wszystkie wynikania spełniają warunek (F), tzn. są takie wynikania, które nie spełniają tego warunku.

Uzasadnianie sądów

Uzasadnienie danego sądu to wykazanie jego prawdziwości, czyli podanie dowodu na to, że jest prawdziwy. Wyróżniamy dwa rodzaje uzasadnień:

- bezpośrednie,
- pośrednie.

W uzasadnieniu bezpośrednim danego sądu chodzi o to, że nie odwołujemy się do innych sądów. Korzystamy z obserwacji, mierzenia, ważenia, spostrzeżenia, introspekcji itp.

W uzasadnieniu pośrednim danego sądu chodzi o to, że odwołujemy się do innych, wcześniej uzasadnionych sądów.

Mówiąc lapidarnie, w uzasadnieniu pośrednim nie odkrywamy uzasadnianego sądu, lecz odkrywamy grupę wcześniej uzasadnionych sądów, które mają uzasadniać ten badany. Sam ten sąd może być dla nas hipotezą, dopóki nie zostanie uzasadniony albo odrzucony.²

Wśród uzasadnień pośrednich wyróżniamy dwa rodzaje:

- indukcyjne,
- dedukcyjne.

Pierwsze opiszemy lapidarnie.³ Bierzemy pod uwagę pewien ogół podmiotów; zauważamy, że wszystkie do tej pory napotkane egzemplarze z tego ogółu mają pewną własność; wyciągamy stąd wniosek, że wszystkie przedmioty z rozpatrywanego ogółu mają tę własność. Oczywiście, nie mamy tu «stuprocentowej» gwarancji, że tak uzasadniany sąd jest prawdziwy.

W tym punkcie zajmujemy się tylko dedukcyjnymi uzasadnieniami. W tym rodzaju uzasadnień pośrednich prawdziwość sądów, do których się odwołujemy, gwarantuje prawdziwość badanego sądu. Podamy teraz definicję uzasadnienia dedukcyjnego.

DEFINICJA. Mówimy, że dany sąd jest uzasadniony dedukcyjnie, gdy znajdziemy dla niego grupę innych sądów, która spełnia następujące warunki:

1. grupa składa się z sądów wcześniej uzasadnionych (bezpośrednio bądź pośrednio),
2. potrafimy wykazać, że z tej grupy wynika dowodzony sąd.

Zatem dedukcyjne uzasadnienie danego sądu polega na przeprowadzeniu dwu rodzaju uzasadnień: wcześniejszym uzasadnieniu przesłanek, na których się opieramy; oraz wykazaniu, że z tych przesłanek wynika badany sąd.

Po tych wyjaśnieniach widzimy, że dla wynikania istotne jest tylko to, że spełnia warunek (P). Istotnie, mamy przecież do czynienia z przesłankami, które są wcześniej uzasadnione, czyli wolno uznać je za prawdziwe. A one gwarantują prawdziwość uzasadnianego sądu, skoro on z nich wynika.

Zauważmy, że w ogóle nie jest nam tu potrzebny warunek (F). Przecież przesłanki w uzasadnieniu są prawdziwe. Dlatego nie wymagamy, aby wynikanie spełniało warunek (F).

Podaną definicję zilustrujmy przykładami.

PRZYKŁAD 1. Mamy dedukcyjnie uzasadnić sąd:

Żaden wieloryb nie jest rybą.

Postępujemy zgodnie z podaną definicją. Bierzemy grupę złożoną z dwóch zdań:

Każdy wieloryb jest ssakiem.

Żaden ssak nie jest rybą.

Sprawdzamy czy powyższa grupa spełnia dwa warunki podane w definicji.

1. Te dwa zdania są uzasadnione. Prawdziwość pierwszego otrzymujemy z obserwacji życia wielorybów. Prawdziwość drugiego otrzymujemy z podziałów przyjętych w biologii.

² Por. następny punkt zatytułowany „Weryfikacja (sprawdzanie) hipotez”.

³ Bardziej dokładnie opisujemy je dalej

2. Na wykładzie wykazaliśmy już, że z podanej grupy logicznie wynika uzasadniany sąd (por. „Skrypt” oraz dalej podane zadanie 2). Wynikanie przebiega według poniższego schematu:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Każdy S jest M-em} \\ \text{Żaden M nie jest P-em} \end{array}}{\therefore \text{Żaden S nie jest P-em}} \downarrow$$

Zatem wcześniejsze uzasadnienie przesłanek daje uzasadnienie badanego zdania. \square

PRZYKŁAD 2. Czy dedukcyjnym uzasadnieniem sądu:

Żaden ssak nie jest rybą.

jest grupa złożona z dwóch poniższych zdań:

Każdy wieloryb jest ssakiem.

Żaden wieloryb nie jest rybą.

Odpowiedź jest przecząca. Gdyby ktoś twierdził inaczej, to by popełnił dwa błędy.

1. Obie przyjęte przesłanki są uzasadnione (prawdziwe). Z pierwszego przykładu pamiętamy jednak, że w uzasadnieniu drugiej przesłanki brało udział uzasadniane zdanie. Byłoby więc „błędne koło” w uzasadnieniu.

2. Ponadto, z podanych przesłanek nie wynika wniosek. Chociaż, jak wiemy, przesłanki i wniosek są prawdziwe, to jednak prawdziwość wniosku gwarantują przyjęte podziały w biologii, a nie prawdziwość przesłanek.

Rozumowanie przebiega według poniższego schematu:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Każdy S jest M-em} \\ \text{Żaden S nie jest P-em} \end{array}}{\therefore \text{Żaden M nie jest P-em}} \downarrow$$

Wystarczy podstawić:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Każdy delfin jest ssakiem} \\ \text{Żaden delfin nie jest psem} \end{array}}{\therefore \text{Żaden ssak nie jest psem}} \downarrow$$

Mamy prawdziwe obie przesłanki oraz fałszywy wniosek. Zatem prawdziwość przesłanek nie gwarantuje prawdziwość wniosku, czyli nie zachodzi wynikanie. \square

PRZYKŁAD 3. Czy zdanie:

Jakiś poeta jest malarzem.

jest dedukcyjnie uzasadnione przez grupę złożoną z dwóch poniższych zdań:

Jan jest poetą.

Jan jest malarzem.

gdy nic nie wiemy o Janie?

Nie! Aby mieć uzasadnienie dedukcyjne, przesłanki muszą być wcześniej uzasadnione. (Poniżej pokażemy, że zachodzi drugi warunek uzasadniania: z przesłanek wynika badane zdanie.)

Wiemy jednak, że zdanie:

Jakiś poeta jest malarzem.

jest prawdziwe, gdyż uzasadnia je grupa dwóch poniższych zdań prawdziwych:

Wyspiański jest poetą.

Wyspiański jest malarzem.

Z tych dwóch zdań wynika badane według poniższego schematu:

$$\frac{\begin{array}{l} x \text{ jest S-em} \\ x \text{ jest M-em} \end{array}}{\therefore \text{Jakiś S jest M-em}} \downarrow$$

Założmy, że obie przesłanki są prawdziwe. Wtedy jakiś S (właśnie obiekt x) jest M -em. \square

W podanych przykładach podawaliśmy uzasadnienia dedukcyjne oparte na tzw. *wynikaniu logicznym*, tzn. wynikaniu opartym na formie logicznej przesłanek i wniosku. Właśnie te formy logiczne to „formy poprawnego myślenia”, o których wcześniej wspomnieliśmy.

Weryfikacja (sprawdzanie) hipotez

Założmy, że nasza wiedza zgromadzona jest w pewnej grupie zdań W . Oczywiście, zdania w grupie W muszą być odpowiednio uzasadnione. Zatem naturalne jest przyjęcie, że wszystkie one są prawdziwe.⁴

Przyjmijmy teraz, że pewnego zdania h nie potrafimy uzasadnić (ani bezpośrednio, ani pośrednio⁵). Oczywiście, stąd wynika, że zdania h nie zaliczyliśmy do grupy W . Nie znaczy to jednak, że tylko na tej podstawie wolno nam uznać zdanie h za fałszywe. W danym momencie ani nie wiemy czy zdanie h jest prawdziwe⁶, ani nie wiemy czy h jest fałszywe, gdyż w tej kwestii jeszcze nic nie zrobiliśmy. Zatem traktujemy zdanie h jako hipotezę.

Spróbujemy jednak zbadać, czy zdanie h musimy uznawać za hipotezę. Zbadamy, czy nie okaże się, że zdanie h jest jednak fałszywe. Wtedy je odrzucimy, a naszą wiedzę poszerzymy o jego negację $\neg h$.

Przy tym badaniu skorzystamy z opisanej wcześniej zasady:

Jeżeli z danej grupy zdań wynika jakiś fałszywy wniosek, to co najmniej jedno zdanie w tej grupie jest fałszywe.

Istotnie, gdyby wszystkie zdania w danej grupie były prawdziwe, to wynikający z niej wniosek też byłby prawdziwy.⁷

Rozszerzamy grupę W o naszą hipotezę h . Oznaczamy tę grupę przez $W + h$ (nie jest to już nasza wiedza, a jedynie wiedza plus hipoteza). Z grupy $W + h$ wynikają różne wnioski.

Rozważmy teraz przypadek, że napotkaliśmy jakiś fałszywy wniosek f . Zatem na podstawie podanej wyżej zasady, co najmniej jedno zdanie w grupie $W + h$ musi być fałszywe. Racjonalnym jest przyjęcie, że to właśnie zdanie h jest fałszywe. Przecież wszystkie zdania z grupy W uznaliśmy za prawdziwe. W opisanej sytuacji zdanie h przestaje być hipotezą. Odrzucamy to zdanie, a uznajemy za prawdziwe zdanie $\neg h$. Innymi słowy, naszą wiedzę W rozszerzamy o $\neg h$, czyli naszą wiedzą jest teraz grupa $W + \neg h$.

Uwaga 1. Można zadać oczywiście pytanie: a skąd wiedzieliśmy, że zdanie f jest fałszywe? Z reguły jest tak, że do grupy W należy zaprzeczenie zdania f . Skoro w grupie W są same zdania prawdziwe, więc zaprzeczenia zdania f jest prawdziwe, czyli f jest fałszywe. \square

Zastanówmy się jednak jak interpretować przypadek, gdy z grupy $W + h$ nie potrafimy wyprowadzić żadnego zdania fałszywego. Czy znaczy to, że zdanie h przestaje być hipotezą i należy je uznać? Oczywiście, że NIE! Możemy nie wyprowadzić żadnego zdania fałszywego z różnych powodów:

- Pierwszy «prozaiczny»: słabo się staraliśmy, a można byłoby to zrobić (jakiś fałszywy wniosek istnieje, ale go nie znaleźliśmy).

⁴ Inaczej nie uznalibyśmy ich za składniki naszej wiedzy. Można przy tym dopuścić, że później okaże się, iż wśród zdań w grupie W jest jakieś fałszywe (tj. wystąpiło jego błędne uzasadnienie). Dopóki jednak uznajemy grupę W za naszą wiedzę, to musimy uznawać wszystkie zdania w tej grupie za prawdziwe.

⁵ Przypomnijmy, że uzasadnienie pośrednie danego zdania polega na uzasadnieniu go na podstawie innych zdań wcześniej uzasadnionych, czyli na podstawie jakichś zdań z grupy W (tj. naszej wiedzy).

⁶ Przecież nie potrafimy go uzasadnić.

⁷ Przecież przy wynikaniu prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

- Drugi istotny: z grupy $W + h$ nie wynika żaden fałszywy wniosek. Wówczas zdanie h jest niesprzeczne z naszą wiedzą. Tzn. istnieje możliwość, że — obok naszej wiedzy — prawdziwe jest zdanie h .

W drugim przypadku, jeśli ponadto udowodnimy, że istotnie zdanie h nie wynika z naszej wiedzy W , to będzie ono niezależne od naszej wiedzy. Obok opisaney wyżej, będziemy mieć także drugą możliwość: prawdziwa jest nasza wiedza oraz zdanie $\neg h$. Nie wiemy jednak, które z dwóch zdań h i $\neg h$ jest prawdziwe.

Reasumując, weryfikując hipotezę h można co najwyżej ją odrzucić. Nie można jej przyjąć za prawdziwą, czyli zmienić w tezę.

Uwaga 2. Nie możemy wykluczyć, że odrzucona przez nas — w wyniku weryfikacji — hipoteza h , w przyszłości okaże się prawdziwa. Nadal jednak będzie ona sprzeczna z wiedzą W . Ma to miejsce w przypadku przełomowych odkryć naukowych (tzw. „rewolucji naukowych”). Wówczas musimy „zrewidować” naszą wiedzę W i znaleźć w niej fałszywe ogniwo (por. przypis 4). \square

Uzasadnienie indukcyjne. Przykłady

Poprzednio uzasadnienie indukcyjne opisaliśmy następująco: bierzemy pod uwagę pewien ogół podmiotów; zauważamy, że wszystkie do tej pory napotkane egzemplarze z tego ogółu mają pewną własność; wyciągamy stąd wniosek, że wszystkie przedmioty z rozpatrywanego ogółu mają tę własność. Mówiąc lapidarnie: wiedzę otrzymaną na podstawie zaobserwowanych przypadków przenosimy (INDUKUJEMY) na wszystkie przypadki.

Powiedzieliśmy również, że tego rodzaju postępowanie nie daje «stuprocentowej» gwarancji, że tak uzasadniany sąd jest prawdziwy. Było tak np. gdy przed odkryciem Australii uzasadniono sąd ‘Wszystkie łabędzie są białe’:

$$\begin{array}{c} \text{ten}_1 \text{ łabędź jest biały} \\ \text{ten}_2 \text{ łabędź jest biały} \\ \vdots \\ \text{ten}_n \text{ łabędź jest biały} \\ \hline \therefore \text{Wszystkie łabędzie są białe} \end{array}$$

gdzie n to liczba zaobserwowanych łabędzi. Tutaj rozpatrywany ogół to ogół łabędzi; rozpatrywana własność to własność bycia białym (‘jest biały’).

Ogólny schemat postępowania:

$$\begin{array}{c} \text{Ten}_1 \text{ S jest M-em} \\ \text{Ten}_2 \text{ S jest M-em} \\ \vdots \\ \text{Ten}_n \text{ S jest M-em} \\ \hline \therefore \text{Każdy S jest M-em} \end{array}$$

gdzie n to liczba zaobserwowanych przypadków; rozpatrywany ogół – ogół S-ów; rozpatrywana własność – własność bycia M-em.

Metodologia nauk empirycznych podaje kryteria wymagane do tego, aby dane uzasadnienie indukcyjne było dopuszczalne. Podstawowe kryteria to:

- liczba n musi być dostatecznie duża,
- wybrane egzemplarze S-ów muszą być reprezentatywne.

Uzasadnienia indukcyjne są zawodne, tzn. może być tak, że przy prawdziwych przesłankach otrzymamy fałszywy wniosek.

Uwaga 3. Gdy mówiliśmy o uzasadnieniu indukcyjnym, przyjęliśmy założenie, że wybrane egzemplarze nie stanowią ogółu S-ów. Jeśli jest inaczej, czyli wybrane obiekty stanowią ogół S-ów,

to nie jest to uzasadnienie indukcyjne. Przecież w takim przypadku mamy dodatkową przesłankę, a całe rozumowanie przebiega według schematu:

$$\begin{array}{c}
 \text{Ten}_1 \text{ S jest M-em} \\
 \text{Ten}_2 \text{ S jest M-em} \\
 \vdots \\
 \text{Ten}_n \text{ S jest M-em} \\
 \hline
 \text{Dowolny S jest jednym z wybranych S-ów} \quad \downarrow \\
 \therefore \text{Każdy S jest M-em}
 \end{array}$$

gdzie n to liczba wybranych S-ów, a zarazem liczba wszystkich S-ów.

Pokażemy, że w takich sytuacjach wniosek wynika z przesłanek. Inaczej mówiąc, prawdziwość przesłanek w 100% przenosi się na prawdziwość wniosku. Zatem skoro przesłanki wcześniej uznajemy za uzasadnione, więc jest to uzasadnienie dedukcyjne.

Zakładamy, że wszystkie przesłanki są prawdziwe (jest ich $n+1$). Mamy wykazać, że wówczas prawdziwy jest wniosek: Każdy S jest M-em. W tym celu wybieramy dowolnego S-a i oznaczamy go za pomocą litery ‘ x ’. Od tego momentu wiemy, że x jest S-em. Nie będziemy korzystać z innych założeń o x -ie (abstrahujemy od innych cech x -a).

Na podstawie ostatniej z przesłanek wiemy, że x jest jednym ze wskazanych S-ów. Jeśli x jest pierwszym ze wskazanych S-ów, to — na mocy pierwszej przesłanki — x jest M-em. Podobnie jest, gdy x jest drugim ze wskazanych S-ów, trzecim itd. do n -tego S-a. Zawsze x jest M-em. Skoro x był dowolnie wybranym S-em (tzn. nic innego nie zakładaliśmy o x -ie), więc nasz wynik możemy uogólnić na wszystkie S-y. Otrzymujemy: każdy S jest M-em. \square